

# Den offentlige sektor i en voksende økonomi

Peter Stephensen

## 1 Indledning

I DREAM antages det at produktivitetvæksten er ens i den offentlige og private sektor. Denne antagelse er gjort for at sikre steady-state. Mange (inkl. nationalregnskabet) antager at produktivitetvæksten i den offentlige sektor er nul. I dette notat analyseres betydningen af at have forskellig grad af teknologisk fremskridt i økonomiens sektorer.

Det vises at hvis 1) produktivitetvæksten i den offentlige sektor er nul, og 2) det reale offentlige forbrug vælges således at det nominelle offentlige forbrug antager en konstant andel af BNP, da gælder det at

$$\frac{\dot{G}}{G} = \frac{\dot{L}_G}{L_G} = an$$

hvor  $G$  er det reale offentlige forbrug,  $L_G$  er den offentlige beskæftigelse,  $a$  er varekøbsandelen i det nominelle offentlige forbrug og  $n$  er økonomiens vækstrate (= arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt i den private sektor). Dette viser to ting: der vil være en realvækst i det offentlige forbrug der er bestemt af varekøbsandelen og den offentlige beskæftigelse vil kontinuerligt fortrænge privat beskæftigelse. Dette skal ses i sammenligning med DREAM hvor det offentlige forbrug vokser med den overordnede vækstrate og hvor den offentlige beskæftigelse er stabil.

## 2 Modellen

Den private sektors produktionsfunktion er givet ved

$$Y = e^{nt} L_Y$$

Der antages at være arbejdskraftbesparende teknologiske fremskridt svarende til parameteren  $n$ . Den offentlige sektor antages at have teknologiske fremskridt svarende til parameteren  $n_G < n$ . Produktionsfunktion er limitational og afhænger af materiale-input fra den private sektor og arbejdskraft.

$$G = \min \left\{ \frac{M}{\alpha}, e^{n_G t} \frac{L_G}{1 - \alpha} \right\}, 0 < \alpha < 1$$

Der er et konstant udbud af arbejdskraft  $\bar{L}$ , således at

$$L_y + L_G = \bar{L}$$

Antages det at den private sektors output-pris er lig 1, giver nul-profit-antagelsen for sektoren at

$$Y - WL_Y = e^{nt} L_Y - WL_Y = 0$$

således at

$$W = e^{nt}$$

De teknologiske fremskridt i den private sektor driver reallønne op med den konstante vækstrate  $n$ . I den offentlige sektor defineres enhedsomkostningerne  $p_G$  ved

$$p_G G \equiv M + WL_G$$

Limititionalitet indebærer at

$$M = \alpha G$$

$$L_G = e^{-n_G t} (1 - \alpha) G$$

således at

$$p_G G = \alpha G + W e^{-n_G t} (1 - \alpha) G$$

eller

$$p_G = \alpha + e^{-n_G t} (1 - \alpha) W$$

eller

$$p_G = \alpha + (1 - \alpha) e^{(n - n_G)t} \quad (1)$$

På grund af de lavere teknologiske fremskridt i den offentlige sektor bliver enhedsomkostningerne stigende over tid. Jo mindre varekøbsandelen  $\alpha$  er, jo større bliver væksten i enhedsomkostningerne. Det er denne effekt der kaldes "Baumol's cost disease".

Definer den nominelle varekøbsandel  $a$  ved

$$a \equiv \frac{M}{p_G G} = \frac{\alpha}{p_G} \quad (2)$$

Da enhedsomkostningerne er voksende over tid, vil den nominelle varekøbsandel være faldende.

Hvis vi ønsker at få en rigtig model ud af dette skal der vælges en teori for udviklingen i det reale offentlige forbrug  $G$ . Et bud på en sådan teori kunne være følgende:  $G$  vælges således at den på ethvert tidspunkt maksimerer nyttefunktionen

$$U \equiv C^{1-\gamma} G^\gamma$$

og hvor det private forbrug er givet ved

$$C = Y - M$$

Definer nominelt BNP ved

$$BNP \equiv C + p_G G$$

Det ses at BNP netop er den samlede værdi af to elementer i Cobb-Douglas-nyttefunktionen. En nødvendig betingelse for at nyttefunktionen maksimeres er derfor at

$$G = \gamma \frac{BNP}{p_G}, \quad C = (1 - \gamma) BNP$$

eller

$$p_G G = \gamma BNP$$

Dette er et kønt resultat: den nytte-maksimerende adfærd fører til en situation hvor værdien af det samlede offentlige forbrug udgør en konstant andel af BNP. Eller sagt på en anden måde: det offentlige forbrug som andel af BNP kan fortolkes som en nytte-parameter.

Det gælder at:

$$\begin{aligned} BNP &= C + p_G G \\ &= Y - M + (M + W L_G) \\ &= e^{nt} L_Y + e^{nt} L_G \\ &= e^{nt} \bar{L} \end{aligned}$$

Dette giver at

$$G = \gamma \frac{e^{nt} \bar{L}}{p_G}$$

således at

$$\frac{\dot{G}}{G} = n - \frac{\dot{p}_G}{p_G}$$

Fra (1) ses det at:

$$\frac{\dot{p}_G}{p_G} = (n - n_G) \left( 1 - \frac{\alpha}{p_G} \right)$$

Dette samt (2) giver at:

$$\frac{\dot{G}}{G} = n_G + a(n - n_G) \quad (3)$$

hvor  $a$  er den nominelle varekøbsandel. Antages det at  $n_G = 0$  som det f.eks gøres i nationalregnskabet fås:

$$\frac{\dot{G}}{G} = an \quad (4)$$

Dette er tommelfingerreglen ifølge hvilken den offentlige sektors real-vækst er lig varekøbsandelen gange BNP-vækstraten. Premisserne bag denne regel er altså: 1) der er ikke produktivitetstigninger i den offentlige sektor, og 2) værdien af det offentlige forbrug udgør en konstant andel af BNP. Som vi så ovenfor ændrer varekøbsanden  $a$  sig over tid. Reglen bør derfor bruges med forsigtighed idet det af (4) fremgår at vækstraten i det reale offentlige forbrug er faldende over tid.

Til sidst et par ord om den offentlige beskæftigelse og BNP i faste priser. På grund af limitationaliteten i den offentlige produktionsfunktion gælder det at

$$L_G = e^{-n_G t} (1 - \alpha) G$$

således at

$$\frac{\dot{L}_G}{L_G} = \frac{\dot{G}}{G} - n_G$$

Indsættes (3) fås:

$$\frac{\dot{L}_G}{L_G} = a(n - n_G)$$

Det gælder altså generelt at hvis de teknologiske fremskridt i den offentlige sektor er lavere end i den private sektor ( $n_G < n$ ) da vil der være en permanent tendens til at beskæftigelsen i den offentlige sektor vokser på bekostning af beskæftigelsen i den private sektor.

Definer BNP i faste priser ved  $Z$  :

$$Z \equiv C + G$$

Det gælder da at:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{Z}}{Z} &= \frac{\frac{\dot{C}}{C}C + \frac{\dot{G}}{G}G}{C + G} \\ &= \frac{nC + (n_G + a(n - n_G))G}{C + G} \\ &= n - (1 - a)(n - n_G) \frac{G}{Z} \end{aligned}$$

Det gælder altså generelt at

$$\frac{\dot{Z}}{Z} < n$$

men at

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\dot{Z}}{Z} = n$$