

DREAM

# Danmarks fremtidige befolkning Befolkningsfremskrivning 2007

Marianne Frank Hansen, Martin Eggert  
og Peter Stephensen

December 2007

## Indholdsfortegnelse

Danmarks fremtidige befolkning.....	1
Befolkningsfremskrivning 2007 .....	1
Indholdsfortegnelse .....	1
Forord.....	4
1. Indledning.....	5
1.1 Opbygningen af befolkningsmodellen.....	6
1.2 Vitale begivenheder .....	6
2. Befolkningsfremskrivningsmodellen .....	11
2.1 Befolkningen fordelt på alder og køn .....	11
2.2 Befolkningen fordelt på alder, køn og oprindelse .....	12
2.3 Bestemmelsen af vitale begivenheder .....	15
2.4 Eksogene og parametre i fremskrivningsmodellen.....	20
3. Data.....	21
3.1 Primær data .....	22
3.2 Befolkningsfremskrivning .....	23
4. Dødelighed og forventet levetid .....	24
4.1 Lee-Carter metoden .....	25
4.2 Estimation af Lee-Carter modellen .....	27
4.3 Valg af dataperiode .....	28
4.4 Estimationsresultater.....	29
4.5 Korrektioner af fremskrivningsmetoden .....	32
4.6 Resultater af fremskrivningen .....	36
4.7 Udviklingen i dødeligheden for de enkelte aldersgrupper.....	38
4.8 Restlevetid .....	40
4.9 Definition af restlevetid.....	42
4.10 Restlevetidsudviklingen for mænd.....	47
4.11 Restlevetidsudviklingen for kvinder.....	48

4.12 Fremtidig udvikling i den aldersbetingede restlevetid .....	50
4.13 Sammenfatning af resultater om restlevetidsstigning .....	53
5. Fødsler og Fertilitet.....	55
5.1 Historisk udvikling i fødsler og fertilitet.....	55
5.2 Metode til fremskrivningen af aldersbetingede fertilitetskvotienter .....	57
5.3 Estimation af den aldersbetingede fertilitet for de store grupper .....	58
5.4 Bestemmelse af fertilitetskvotienter for de øvrige befolkningsgrupper ....	61
5.5 Konvergens af fertilitet på lang sigt.....	62
5.6 Fremskrivningsresultater.....	63
5.7 Udviklingen i den aldersbetingede fertilitet .....	68
5.8 Sammenligning med fertiliteten i 2004- og 2006- befolkningsfremskrivningen .....	69
5.9 Nyfødtes fordeling på oprindelsesgrupper.....	71
6. Indvandring, udvandring og statsborgerskab .....	73
6.1 Indvandring fra mere og mindre udviklede lande.....	73
6.2 Udviklingen i indvandringen 1981 - 2006.....	74
6.3 Fremskrivning af indvandringen.....	77
6.4 Indvandrere uden dansk statsborgerskab .....	77
6.5 Aldersfordelingen af indvandringen af personer uden dansk statsborgerskab.....	78
6.6. Genindvandring.....	79
6.7 Udvandring .....	82
6.8 Statsborgerskabsskift.....	83
7. Resultater .....	86
7.1 Udviklingen i den samlede befolkning.....	86
7.2 Indvandring og udvandring .....	87
7.3 Befolkningsgrupperne .....	89
7.4 Aldersfordeling .....	91
8. Sammenligning med fremskrivning fra 2006 .....	96
8.1 Udviklingen i den samlede befolkning.....	96

8.2 Udvikling i forsørger- og ældrekvote .....	99
9 Sammenligning med Danmarks Statistiks befolkningsfremskrivning 2007 .....	100
Referencer.....	104

## Forord

DREAM har siden 1999 årligt udarbejdet landsdækkende befolkningsfremskrivninger. Datakilder, forudsætninger og beregningsmetode beskrives her sammen med de væsentligste resultater af 2007-fremskrivningen.

Bortset fra visse mindre ændringer er nærværende fremskrivning i så vidt omfang som muligt en opdatering af fremskrivningen fra 2006, hvor opdateringen består af den registrerede udvikling i befolkningen frem til primo 2007. Der laves sidst i papiret en sammenligning med fremskrivningen fra sidste år.

Befolkningsudviklingen er – i overensstemmelse med tidligere år – skrevet 100 år frem i tiden. Det skal understreges, at usikkerheden på befolkningsfremskrivningen er hastigt voksende i fremskrivningens længde. Der er så stor usikkerhed ved især de langsigtede skøn, at resultatet først og fremmest skal fortolkes som en illustration af befolkningsudviklingen og dens sammensætning for det givne sæt antagelser, der anvendes.

Peter Stephensen

# 1. Indledning

Befolkningsfremskrivninger har fået en stadigt mere fremtrædende placering ved fastlæggelse af den økonomiske politik og ved centrale beslutninger i f.eks. private pensionsselskaber. Derfor er der også i de seneste år kommet mere fokus på de anvendte metoder og modeller.

DREAM har udarbejdet befolkningsfremskrivninger siden 1999, og disse er løbende blevet dokumenteret i forbindelse med beskrivelse af resultatet af den aktuelle fremskrivning. Der er gradvist sket en udbygning af de anvendte metoder.

Formålet med denne publikation er at dokumentere de anvendte metoder i DREAMs befolkningsfremskrivningsmodel og det datagrundlag, der ligger til grund for modellen. Endvidere præsenteres resultaterne af dette års fremskrivning. Endelig sammenlignes dette års fremskrivning med fremskrivningen fra 2006 og forskellene dekomponeres i effekter fra henholdsvis ændret fertilitet, dødelighed og andre forhold.

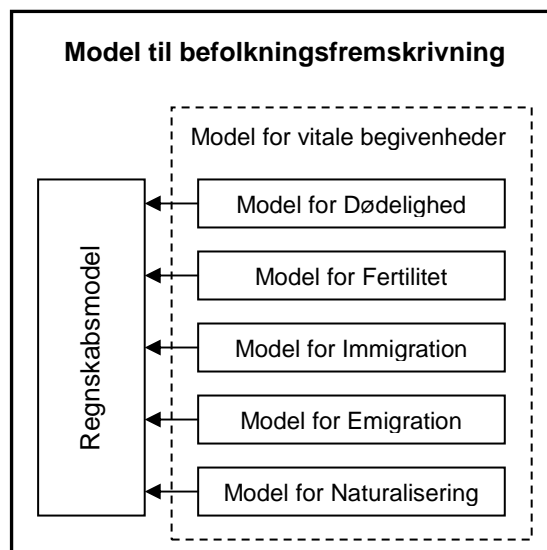
Dokumentationen er organiseret på følgende måde: I dette kapitel gives et første overblik over modellen. I kapitel 2 opstilles den anvendte befolkningsfremskrivningsmodel formelt, og der redegøres for dimensionen af modellen samt de eksogene variable der fastlægges ved estimation på den historiske udvikling. I kapitel 3 præsenteres de anvendte datakilder og centrale demografiske begreber defineres. Afsnit 4 er en beskrivelse af udviklingen af dødeligheden i Danmark gennem det seneste århundrede og af Lee-Carter metoden, der anvendes til estimation af den fremtidige udvikling i dødeligheder og dermed den aldersbetingede restlevetid. Tilsvarende indeholder kapitel 5 en beskrivelse af udviklingen af i antal fødsler og i fertiliteten gennem det seneste århundrede og på denne baggrund præsenteres fremskrivningen af den samlede fertilitet. Fremskrivningen er baseret på en anvendelse af Cubic Spline Smoothing teknikken som ligeledes beskrives i kapitlet. Endelig indeholder kapitel 6 en gennemgang af den historiske udvikling i indvandringen (siden 1981) samt den anvendte fremskrivningsmetode for henholdsvis indvandring og udvandring. Kapitel 7 præsenterer resultaterne af den samlede befolkningsfremskrivning. Endelig sammenlignes fremskrivningen med fremskrivningen fra 2006 i kapitel 8.

## 1.1 Opbygningen af befolkningsmodellen

Helt generelt består en befolkningsmodel af et sæt ligninger, der holder regnskab med udviklingen i befolkningen fra år til år. Demografiske regnskabsmodeller blev første gang benyttet af Edwin Cannan (1861-1935) til at lave befolkningsfremskrivninger for England og Wales, mens amerikaneren Pascal K. Whelpton i et antal artikler fra omkring 2. verdenskrig opstillede en samlet metode til befolkningsfremskrivning (Alho og Spencer, 2005). Siden 1963 har Danmarks Statistik produceret befolkningsfremskrivninger, der ligeledes er baseret på en regnskabsmodel for befolkningen (Danmarks Statistik, 1978).

Den grundlæggende metode bag demografiske regnskabsmodeller består i, at en given udgangsbefolkning opdeles på et antal undergrupper, f.eks. køn, alder og oprindelse, der fremskrives ét år ad gangen på baggrund af vitale demografiske begivenheder: fødsler, dødsfald, indvandring, udvandring og naturalisering. Figur 1 viser opbygningen af DREAMs model til befolkningsfremskrivning.

**Figur 1. – En model til befolkningsfremskrivning er sammensat af en række delmodeller for de vitale begivenheder, og regnskabsmodellen holder regnskab med udviklingen i befolkningen på baggrund af udviklingen i de enkelte vitale begivenheder.**



Det helt centrale i enhver befolkningsfremskrivning er den fremtidige udviklingen i fertilitet, dødelighed, indvandring, udvandring og naturalisering. I det følgende gennemgås de antagelser og metoder, der benyttes i DREAMs befolkningsfremskrivning.

## 1.2 Vitale begivenheder

Regnskabsmodellen for befolkningen holder styr på ændringer i befolkningen (primo) mellem to år. Mekanismerne i udviklingen af

Danmarks befolkning er relativt få. Befolkningen vokser på grund af fødsler og indvandring og formindskes på grund af dødsfald og udvandring, mens sammensætningen af befolknings herkomstgrupper ændres gennem naturalisering (opnåelse af dansk statsborgerskab).

### *Dødsfald*

Antallet af døde i et givet år fremskrives ved at tage udgangspunkt i befolkningen fordelt på alder og køn og fremskrive dødshyppigheden fordelt på disse grupper. Således antages det implicit, at dødshyppigheden ikke er afhængig af befolkningens oprindelse. Dette skyldes, at der blandt indvandrere og specielt efterkommere er få personer i de ældre aldersgrupper, hvor dødeligheden er højst. Det er derfor ikke meningsfuldt at lave oprindelsesopdelt fremskrivning af dødelighed. I fremtiden vil et forbedret datagrundlag med flere ældre indvandrere og efterkommere åbne for muligheden at lave dødelighedsfremskrivninger for hver oprindelsesgruppe.

### *Estimation af dødelighed*

For given aldersklasse og køn er dødelighed i en given periode defineret som antallet af dødsfald divideret med antallet af personer der var udsat for dødsrisiko. Til estimation af fremtidige dødeligheder benyttes Lee-Carter metoden, se Lee og Carter (1992a, 1992b), der er en ekstrapolativ metode. Den grundlæggende ide i Lee-Carters metode er, at den fremtidige udvikling i en given aldersbetinget dødelighed kan beskrives ud fra den historiske udvikling i de aldersbetingede dødeligheder. For at reducere dimensionen af problemet antages, at der er en betydelig regularitet til udviklingen af de aldersspecifikke dødeligheder, således at de kan beskrives af 3 elementer: En aldersspecifik del, der er uafhængig af tidspunktet, et mortalitetsindeks, der er et tidsafhængigt mål for den samlede dødelighed og en (tidsafhængig) aldersprofil, der vægter gennemslag af udviklingen i mortalitetsindekset på dødeligheden i de enkelte aldersklasser. Metoden indebærer at forholdet mellem vækstraterne i dødeligheden for to forskellige aldersgrupper er konstant. Den fremtidige udvikling i dødelighederne bestemmes alene af udviklingen i mortalitetsindekset, der estimeres ved standard metoder fra tidsrækkeanalyse, se f.eks. Chatfield (2004). I kapitel 4 vil den anvendte Lee-Carter metode blive gennemgået.

### *Fødsler*

Det samlede antal fødsler findes som summen af børn født af mødre i de enkelte befolkningsgrupper. Da de nyfødte børn ikke altid tilhører samme herkomstgruppe som deres mødre (børn af indvandrere karakteriseres f.eks. som efterkommere), defineres fødte som udgangspunkt efter moderens oprindelse. Fødslerne i en given befolkningsgruppe kan beregnes som den aldersbetingede fertilitet multipliceret med kvinder i den givne befolkningsgruppe og med den givne alder. Fødsler opdeles på køn ved at antage at en konstant andel af alle nyfødte er drenge. Andelen af drengebørn beregnes som gennemsnittet over hele dataperioden.



Nyfødtes oprindelsesgruppe afhænger, som følge af definitionerne af oprindelsesgrupperne, både af faderens og moderens oprindelse. I DREAM er der derfor udviklet en metode, hvor børnene fordeles på oprindelsesgrupper på baggrund alene af moderens oprindelsesgruppe. Der konstrueres på basis af de historiske erfaringer en sandsynlighedsfordeling for barnets oprindelse givet moderens. Denne sammenhæng anvendes i fremskrivningen til at fordele børnene på oprindelsesgrupper. I afsnit 2.3 beskrives metoden til at tildele børn oprindelse på baggrund af moderens oprindelse.

### *Estimation af fertilitet*

Den aldersfordelte fertilitet i en given periode er defineret som antallet af fødsler blandt mødre med en given alder divideret med antallet af potentielle mødre i den pågældende aldersklasse. Fremskrivningen af fertilitet sker ved at fremskrive den aldersbetingede fertilitet for hver befolkningsgruppe. I modsætning til estimationen af dødeligheder estimeres den enkelte aldersgruppes fertilitet uafhængigt af den samlede fertilitet og den er derfor også uafhængig af de øvrige aldersgruppes fertilitet. Udviklingen i den samlede fertilitet i fremskrivningen fremkommer således som en sum af udviklingen i de enkelte aldersgruppes fertilitet. Der er historisk set større udsving i fertilitet end i dødelighed, derfor bestemmes udviklingen på kort sigt på baggrund af den nuværende trend i fertiliteten, mens fertiliteten på lang sigt konvergerer mod ligevægtsniveau. På kort sigt kan der således være stor forskel i udviklingen i fertilitet for befolkningsfremskrivninger med forskelligt basisår, mens den langsigtede udvikling ikke ændres i samme grad ved at medtage flere dataår.

Det er udelukkende for de tre største befolkningsgrupper, at der er tilstrækkeligt antal observationer til at kunne estimere den aldersbetingede fertilitet med et-års alderstrin. De tre grupper er: Personer med dansk oprindelse, indvandrere fra mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab og indvandrere fra mere udviklede lande uden dansk statsborgerskab. For disse grupper uddrages for hver alder mellem 15 og 49 år trenden af den historiske udvikling i fertiliteten og den aldersbetingede fertilitet fremskrives ved hjælp af disse trends. Trenden i den aldersbetingede fertilitet udledes ved anvendelse af en metode benævnt *Cubic Spline Smoothing* (CSS), se Hyndman, King og Billah (2002). Metoden medfører en udglattet konvergens mod et ligevægtsniveau defineret på baggrund af den historiske udvikling. I afsnit 5.3 gennemgås Cubic Spline Smoothing metoden til estimation af fertilitet.

De resterende befolkningsgrupper er små. Det er problematisk at fremskrive fertiliteten for disse befolkningsgrupper af to grunde. Dels fordi de er små, hvilket giver en betydelig statistisk usikkerhed, dels fordi de kvindelige medlemmer af efterkommergrupperne hovedsageligt er under 25 år, hvilket betyder, at det er vanskeligt/umuligt at skønne over den aldersbetingede fertilitet for den ældste halvdel af den fødedygtige alder på grund af manglende data. Derfor sammenlignes den aldersbetingede fertilitetsprofil for hver enkelt af de små befolkningsgrupper med den

tilsvarende aldersbetingede fertilitetsprofil for de 3 store grupper. Ved hjælp af lineær regressionsanalyse på observationer for de seneste 5 år estimeres de små befolkningsgruppers aldersbetingede fertilitet som et vejet gennemsnit af de tre store gruppers aldersbetingede fertilitet. Herefter fremskrives den aldersbetingede fertilitet for de små befolkningsgrupper på grundlag af fremskrivningerne af de 3 store gruppers aldersbetingede fertilitet. I afsnit 5.4 beskrives metoden til estimation af fertilitet for de små befolkningsgrupper på baggrund af de 3 store befolkningsgrupper.

Når den kortsigtede udvikling i fertilitet er bestemt for samtlige befolkningsgrupper, da bestemmes konvergenen mod langsigtudviklingen. Til dette benyttes en *Richards Curve*, der i løbet af en given tidsperiode vægter mellem den kortsigtede og den langsigtede udvikling i fertilitet. I afsnit 5.5 gennemgås denne metode til at sikre at langsigtudviklingen ikke ændres drastisk hver gang, der kommer et nyt dataår.

### *Immigration*

Personer, der indvandrer til en given befolkningsgruppe, er opdelt i to forskellige typer indvandring. For befolkningsgrupper uden dansk statsborgerskab er der en eksogen tilstrømning af indvandrere, mens der for alle andre befolkningsgrupper er gen-indvandring, der beregnes ud fra indvandringsfrekvensen.

For indvandrere uden dansk statsborgerskab er indvandringen eksogent givet. Der antages at den samlede indvandring fra hhv. mere og mindre udviklede lande i fremtiden bliver på niveauet for sidste dataår. Disse indvandringsniveauer fordeles på køn og alder ved at bruge den gennemsnitlige fordeling i de seneste 3 dataår.

Antallet af personer, der i et givet år gen-indvandrer til befolkningsgrupper med dansk statsborgerskab, beregnes ud fra indvandringsfrekvenser fordelt på alder, køn og oprindelse. Frekvenserne beregnes som et gennemsnit over de sidste 3 dataår.

### *Emigration*

Antallet af personer, der i et givet år udvandrer fra en given befolkningsgruppe beregnes ud fra udvandringsfrekvensen fordelt på alder, køn og oprindelse. Frekvenserne beregnes som et gennemsnit over de sidste 3 dataår. Sammenholdes denne antagelse med antagelsen om genindvandring, fås at netto-indvandringsfrekvensen til befolkningsgrupper med dansk statsborgerskab er konstant. Det samme gælder ikke for netto-indvandringen til befolkningsgrupper uden dansk statsborgerskab.

### *Naturalisering*

Antallet af personer fra befolkningsgrupper uden dansk statsborgerskab, der i et givet år skifter statsborgerskab beregnes ud fra frekvensen for

statsborgerskabsskift fordelt på alder, køn og oprindelse. Frekvensen beregnes som et gennemsnit over de sidste 3 dataår.

I afsnit 2.3 samt kapitel 6 beskrives estimation af den eksogene indvandring samt indvandrings-, udvandrings- og naturaliseringsfrekvenserne.

Da historiske data for statsborgerskabsskift ikke er tilgængelige, er der i DREAM udviklet en metode til at beregne dette på baggrund af historiske data for primo befolkningen, fødsel, dødsfald, indvandring og udvandring.

## 2. Befolkningsfremskrivningsmodellen

I dette afsnit vil der blive redegjort for de regnskabsmæssige sammenhænge i modellen til fremskrivning af befolkningen. Som beskrevet i forrige afsnit er de regnskabsmæssige sammenhænge mellem vitale begivenheder universelle for befolkningsmodeller, og de store forskelle mellem befolkningsmodeller ligger i modellering af vitale begivenheder, som vil blive behandlet i senere afsnit.

Udviklingen i den samlede befolknings størrelse fra et år til det næste afhænger af antal fødte, antal døde og antallet af ind- og udvandrede.

$$P_{t+1} = P_t + b_t - d_t + i_t - e_t$$

hvor

$P_t$  er befolkningen (population) primo år  $t$ ,

$b_t$  er antal fødte børn i år  $t$

$d_t$  er antal døde i år  $t$

$i_t$  er antal indvandrede (immigrants) i år  $t$

$e_t$  er antal udvandrede (emigrants) i år  $t$

Der eksisterer ikke andre faktorer, der ændrer den samlede befolkning og derfor består en befolkningsfremskrivning generelt af ændringer i disse fire typer vitale begivenheder i hvert af de fremtidige. For at kunne fastlægge disse størrelser vælger vi i DREAM at opdele befolkningen på et givet tidspunkt efter dimensionerne alder, køn og oprindelse.

### 2.1 Befolkningen fordelt på alder og køn

Opdelingen på alder og køn fører til at udviklingen i befolkningen størrelse beskrives for hver aldersgruppe og for hvert køn for sig. Ovenstående differensligning erstattes derfor et sæt af differensligninger givet ved

$$P_{t+1}^{x+1,g} = P_t^{x,g} - d_t^{x+1,g} + i_t^{x+1,g} - e_t^{x+1,g} \quad \text{for } x \in \{0,1,\dots,120\} \text{ og } g = \{m, f\}$$

$$P_t^{0,g} = b_t^g - d_t^{0,g} + i_t^{0,g} - e_t^{0,g} \quad \text{for } g = \{m, f\}$$

hvor indeks  $m$  er mænd, mens indeks  $f$  er kvinder og

$P_t^{x,g}$  er befolkningen med alder  $x$  og køn  $g$  primo år  $t$ ,

$b_t^g$  er antal fødte af køn  $g$  i år  $t$

$d_t^{x,g}$  er antal døde med alder  $x$  og køn  $g$  i år  $t$

$i_t^{x,g}$  er antal indvandrede med alder  $x$  og køn  $g$  i år  $t$

$e_t^{x,g}$  er antal udvandrede med alder  $x$  og køn  $g$  i år  $t$

Bemærk at aldersdateringen af beholdninger og strømme er forskellige. Befolkningen  $P_t^{x,g}$  er en beholdning og angiver antallet af personer der den 1. januar havde alderen  $x$ . De resterende variable er strømme og er *ultimo-daterede*.  $i_t^{x,g}$  angiver f.eks. antallet af personer der indvandrede i løbet af året  $t$ , og som ved dette års afslutning havde alderen  $x$ . Denne lidt specielle dateringsteknik bruges ofte i demografiske sammenhænge, og har til formål at skaffe plads til ligningen der beskriver udviklingen i nyfødte.

## 2.2 Befolkningen fordelt på alder, køn og oprindelse

I DREAM opdeles befolkningen ydermere efter oprindelse og efter om personerne har dansk statsborgerskab eller ej. Denne opdeling giver anledning til at befolkningen opdeles i 9 kategorier efter oprindelse:

Indvandrere fra mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab, *iln*

Indvandrere fra mindre udviklede lande med dansk statsborgerskab, *ild*

Indvandrere fra mere udviklede lande uden dansk statsborgerskab, *imn*

Indvandrere fra mere udviklede lande med dansk statsborgerskab, *imd*

Efterkommere uden dansk statsborgerskab hvis mor kommer fra mindre udviklet land, *dln*

Efterkommere med dansk statsborgerskab hvis mor kommer fra mindre udviklet land, *dld*

Efterkommere uden dansk statsborgerskab hvis mor kommer fra mere udviklet land, *dln*

Efterkommere med dansk statsborgerskab hvis mor kommer fra mere udviklet land, *dmd*

Personer af dansk oprindelse (eller resterende befolkning), *da*.<sup>1</sup>

Definitionen af indvandrere, efterkommere og dansk oprindelse følger Danmarks Statistik og er givet ved:

**Indvandrere:** Personer, der er født i udlandet af forældre, der begge er udenlandske statsborgere eller er født i udlandet. Hvis der kun foreligger oplysninger om den ene forælder, defineres personen som indvandrer, hvis vedkommende er født i udlandet, og forælderen er udenlandsk statsborger eller født i udlandet. Hvis der ikke findes oplysninger om nogen af forældrene, og personen er født i udlandet, defineres personen ligeledes som indvandrer.

**Efterkommere:** Personer, der er født i Danmark af forældre, hvoraf ingen er både dansk statsborger og født i Danmark. Hvis der ikke findes oplysninger om nogen af forældrene, og personen er udenlandsk statsborger født i Danmark, betragtes vedkommende også som efterkommer.

**Dansk oprindelse:** Personer, hvoraf mindst en af forældrene er dansk statsborger og født i Danmark, uanset personens eget fødeland og statsborgerskab. Hvis der ikke findes oplysninger om nogen af forældrene, betragtes vedkommende som værende af dansk oprindelse, hvis vedkommende er dansk statsborger født i Danmark.

Disse gruppedefinitioner er udtømmende, dvs. alle personer i befolkningen tilhører en af de tre grupper. Definitionerne er endvidere entydige, dvs. en given person placeres i én og kun én af de tre grupper.

Underopdelingen af indvandrere og efterkommere efter oprindelsesland følger FN definition og giver anledning til følgende definitioner af landegrupperne:<sup>2</sup>

**De mere udviklede lande omfatter:** Albanien, Australien, Belgien, Bosnien og Hercegovina, Bulgarien, Canada, Estland, Finland, Frankrig, Grækenland, Holland, Hviderusland, Irland, Island, Italien, Japan, Kroatien, Letland, Litauen, Luxemburg, Malta, (Tidl. Jugoslaviske republik) Makedonien, Moldova, New Zealand, Norge, Polen, Portugal, Rumænien, Rusland, Schweiz, Serbien og Montenegro, Slovakiet, Slovenien, Spanien, Storbritannien, Sverige, Tjekkiet, Tyskland, Ukraine, Ungarn og USA.

De mindre udviklede lande er alle øvrige lande.

---

<sup>1</sup> Gruppen af personer af dansk oprindelse indeholder et antal personer uden dansk statsborgerskab. Børn født i Danmark af disse personer kan derfor principielt bliver karakteriseret som efterkommere, jf. definitionerne ovenfor. Da antallet er meget begrænset er det valgt at se bort fra denne mulighed.

<sup>2</sup> Definitionen af landegrupperne findes på: <http://esa.un.org/unpp/definition.html>

Med opdelingen af befolkningen i de 9 oprindelsesgrupper bliver det differensligningssystem der giver anledning til befolkningsfremskrivningen givet ved:

$$P_{t+1}^{x+1,g,o} = P_t^{x,g,o} + i_t^{x+1,g,o} - e_t^{x+1,g,o} + c_t^{x+1,g,o} - d_t^{x+1,g,o}$$

for  $x \in \{0,1,\dots,120\}$ ,  $g \in \{m, f\}$  og  $o \in \{iln, ild, imn, imd, dln, dld, dmn, dmd, da\}$

$$P_t^{0,g,o} = \hat{b}_t^{g,o} + i_t^{0,g,o} - e_t^{0,g,o} + c_t^{0,g,o} - d_t^{0,g,o}$$

for  $g \in \{m, f\}$  og  $o \in \{iln, ild, imn, imd, dln, dld, dmn, dmd, da\}$

hvor

$$c_t^{x,g,ild} = -c_t^{x,g,iln}, c_t^{x,g,imd} = -c_t^{x,g,imn}, c_t^{x,g,dld} = -c_t^{x,g,dln}, c_t^{x,g,dmd} = -c_t^{x,g,dmn}, c_t^{x,g,da} = 0$$

$$\hat{b}_t^{g,o} = 0 \text{ for } o \in \{iln, ild, imn, imd\}$$

og hvor

$P_t^{x,g,o}$  er befolkningen med alder  $x$ , køn  $g$  og oprindelse  $o$  primo år  $t$ ,

$\hat{b}_t^{g,o}$  er antal fødte af køn  $g$  og oprindelse  $o$  i år  $t$

$i_t^{x,g,o}$  er antal indvandrede med alder  $x$ , køn  $g$  og oprindelse  $o$  i år  $t$

$d_t^{x,g,o}$  er antal døde med alder  $x$ , køn  $g$  og oprindelse  $o$  i år  $t$

$e_t^{x,g,o}$  er antal udvandrede med alder  $x$ , køn  $g$  og oprindelse  $o$  i år  $t$

$c_t^{x,g,o}$  er antal der skifter til dansk statsborgerskab (citizenship) (og dermed oprindelsesgruppe), med alder  $x$ , køn  $g$  og oprindelse  $o$  i år  $t$ .

Variablen for skift af statsborgerskab,  $c_t^{x,g,o}$  regnes med fortegn, således at hvis en person får dansk statsborgerskab, er  $c_t^{x,g,o}$  negativ i grupperne karakteriseret ved personer, der ikke har statsborgerskab. Dvs. grupperne  $iln$ ,  $imn$ ,  $dln$  og  $dmn$ . Tilsvarende er variabelen positiv i grupperne karakteriseret ved dansk statsborgerskab, dvs.  $ild$ ,  $imd$ ,  $dld$  og  $dmd$ . Der gælder derfor, at summen af alle statsborgerskabsskift er nul

$$\sum_o c_t^{x,g,o} = 0$$

Endelig gælder, at indvandrere pr. definition ikke kan være født i Danmark. Fødselsvariablen,  $\hat{b}_t^{g,o}$  er derfor nul for disse grupper.

### 2.3 Bestemmelsen af vitale begivenheder

I det følgende beskrives hvorledes de enkelte vitale begivenheder modelleres. Generelt kan vitale begivenheder modelleres enten ved et antal personer, der oplever en vital begivenhed, eller ved en frekvens, der beskriver andelen af en gruppe personer, der har været udsat for risiko, som rent faktisk oplever den vitale begivenhed.

Antallet af personer der er udsat for risiko i løbet af et år  $E_t^{x,g,o}$  benyttes til en lang række beregninger i modellen og er defineres ved:

$$E_t^{x,g,o} = P_t^{x,g,o} + \frac{1}{2} i_t^{x+1,g,o} \quad \text{for } o \in \{iln, imn\}$$

$$E_t^{x,g,o} = P_t^{x,g,o} + \frac{1}{2} c_t^{x+1,g,o} \quad \text{for } o \in \{ild, imd, dld, dmd\}$$

$$E_t^{x,g,o} = P_t^{x,g,o} \quad \text{for } o \in \{dln, dmn, da\}$$

Der er korrigeret for strømme, som eksogent tilgår gruppen. For indvandrergrupper uden dansk statsborgerskab er der en eksogen tilstrømning af indvandrere. For alle andre grupper er indvandringen endogent bestemt (jf. nedenfor). For indvandrer- og efterkommergrupper med dansk statsborgerskab er der en eksogen tilstrømning af personer som skifter til dansk statsborgerskab.

#### *Dødelighed*

Antallet af døde i et givet år fremskrives ved at tage udgangspunkt i befolkningen fordelt på alder og køn og fremskrive dødshyppigheden fordelt på disse grupper. Principielt ignoreres herved muligheden for, at dødshyppigheden kan være afhængig af befolkningens oprindelse.<sup>3</sup> Dvs. der foretages en fremskrivning af størrelsen

$$m_t^{x+1,g} = d_t^{x+1,g} / E_t^{x,g}$$

hvor

$m_t^{x,g}$  er dødshyppigheden for personer med ultimo-alder  $x$  og køn  $g$  i år  $t$ ,

---

<sup>3</sup> Indvandrere og specielt efterkommeres nuværende aldersfordeling betyder, at der er få personer i de ældre aldersgrupper, hvor dødeligheden er højest. Det er derfor ikke undersøgt om præcisionen kunne øges ved at opdele dødshyppigheden efter oprindelse.



$E_t^{x,g}$  er et mål for antallet af personer der udsættes for dødsrisiko i den relevante periode, som beregnes ved:

$$E_t^{x,g} = P_t^{x,g} + \frac{1}{2} \tilde{i}_t^{x+1,g}$$

hvor  $\tilde{i}_t^{x+1,g}$  er den eksogene indvandring givet ved

$$\tilde{i}_t^{x+1,g} = i_t^{x+1,g,ihn} + i_t^{x+1,g,imm}$$

Variablene  $i_t^{x+1,g,imm}$  og  $i_t^{x+1,g,ihn}$  angiver indvandring af personer uden dansk statsborgerskab fra hhv. mere og mindre udviklede lande (se nærmere nedenfor).

Da det antages at alle oprindelsesgrupper har samme dødelighed, følger det at antallet af døde fordelt på oprindelse beregnes ved hjælp af den ovenfor beregnede dødshyppighed og  $E_t^{x,g,o}$

$$d_t^{x+1,g,o} = m_t^{x+1,g} E_t^{x,g,o}$$

### *Fødsler og fertilitet*

Det samlede antal fødsler findes som summen af børn født af mødre i de enkelte befolkningsgrupper. Da nyfødte ikke i alle tilfælde tilhører samme befolkningskategori som deres mødre (børn af indvandrere karakteriseres f.eks. som efterkommere) defineres fødte som udgangspunkt efter moderens oprindelse. Fødslerne i en given befolkningsgruppe kan skrives som den aldersbetingede fertilitet multipliceret med kvinder i den givne befolkningsgruppe og med den givne alder, der har mulighed for at føde. Hvilket formelt kan skrives som

$$b_t^o = \sum_{x=15}^{49} \varphi_t^{x,o} E_t^{x,f,o}$$

hvor

$b_t^o$  er antallet af børn født af kvinder i befolkningsgruppe o til tidspunkt t

$\varphi_t^{x,o}$  er den aldersbetingede fertilitet for kvinder med alderen x fra befolkningsgruppe o til tidspunkt t

$E_t^{x,f,o}$  er et mål for antallet af kvinder i en given oprindelsesgruppe, der har mulighed for at føde i den relevante periode og beregnes ved medio befolkningen af kvinder:

$$E_t^{x,f,o} = (P_t^{x,f,o} + P_{t+1}^{x+1,f,o}) / 2$$

hvor  $P_t^{x,f,o}$  er antallet af kvinder med alderen  $x$  fra befolkningsgruppe  $o$  til tidspunkt  $t$

Fødslerne opdeles på køn ved at antage, at en konstant andel  $\gamma$  af alle fødte er drenge. Dermed bliver antallet af fødte drenge,  $b_t^{m,o}$  og piger,  $b_t^{f,o}$  givet ved henholdsvis

$$b_t^{m,o} = \gamma b_t^o \text{ og } b_t^{f,o} = (1 - \gamma) b_t^o$$

### *Nyfødtes fordeling på oprindelsesgrupper*

Det følger af definitionerne af opdelingen af befolkningen efter oprindelse, at barnets oprindelse afhænger af såvel faderens som moderens oprindelse. Derfor konstrueres på basis af de historiske erfaringer en sandsynlighedsfordeling for barnets oprindelse givet moderens. Denne sammenhæng anvendes i fremskrivningen til fordele børnene på oprindelsesgrupper.

Til dette brug defineres  $\hat{b}_t = (\hat{b}_t^{iln}, \dots, \hat{b}_t^{do})$  som en rækkevektor af fødte fordelt på barnets oprindelse og tilsvarende  $b_t = (b_t^{iln}, \dots, b_t^{do})$  som en rækkevektor af fødte fordelt på moderens oprindelse. Der gælder følgende sammenhæng

$$\hat{b}_t = A_t b_t$$

hvor  $A_t$  er en 9x9 matrice, hvor hver række er en sandsynlighedsfordeling over barnets oprindelse givet moderens oprindelse

Fordi rækkerne i  $A_{t-1}$  er sandsynlighedsfordelinger gælder, at relationen sikrer, at det samlede antal fødte ikke påvirkes af om disse opgøres efter moderens eller barnets oprindelse

$$\sum_o b_t^{g,o} = \sum_o \hat{b}_t^{g,o}$$

Det er langt fra alle kombinationer af oprindelse, der er mulige, f.eks. kan ingen fødte være indvandrere. Matricen  $A$  indeholder derfor et betydeligt antal nuller, jf. Tabel 1, som angiver sandsynligheden for barnets oprindelsestype givet moderens oprindelsestype, hvilket svarer til elementerne i  $A$ .

**Tabel 1. Fordelingen af barnets oprindelse givet moderens oprindelse**

<b>Barn</b>	<b>Moder</b>	<i>iln</i>	<i>ild</i>	<i>imn</i>	<i>imd</i>	<i>dln</i>	<i>dld</i>	<i>dmn</i>	<i>dmd</i>	<i>da</i>	<b>Række- sum</b>
<i>iln</i>		0	0	0	0	$\lambda_t^{iln,dln}$	$\lambda_t^{iln,dld}$	0	0	$\lambda_t^{iln,da}$	1
<i>ild</i>		0	0	0	0	$\lambda_t^{ild,dln}$	$\lambda_t^{ild,dld}$	0	0	$\lambda_t^{ild,da}$	1
<i>imn</i>		0	0	0	0	0	0	$\lambda_t^{imn,dmn}$	$\lambda_t^{imn,dmd}$	$\lambda_t^{imn,da}$	1
<i>imd</i>		0	0	0	0	0	0	$\lambda_t^{imd,dmn}$	$\lambda_t^{imd,dmd}$	$\lambda_t^{imd,da}$	1
<i>dln</i>		0	0	0	0	$\lambda_t^{dln,dln}$	$\lambda_t^{dln,dld}$	0	0	$\lambda_t^{dln,da}$	1
<i>dld</i>		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
<i>dmn</i>		0	0	0	0	0	0	$\lambda_t^{dmn,dmn}$	$\lambda_t^{dmn,dmd}$	$\lambda_t^{dmn,da}$	1
<i>dmd</i>		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
<i>Da</i>		0	0	0	0	0	0	0	0	1	1

Første række i tabellen angiver mulighederne for barnets oprindelse, hvis moderen er indvandrer fra et mindre udviklet land uden dansk statsborgerskab. I dette tilfælde kan barnet blive efterkommer fra et mindre udviklet land uden dansk statsborgerskab, hvis faderen er en indvandrer uden dansk statsborgerskab. Andelen af børn, der får denne oprindelse kaldes  $\lambda_t^{iln,dln}$ .

Hvis faderen er en indvandrer med dansk statsborgerskab, er der mulighed for, at barnet bliver karakteriseret som efterkommer fra mindre udviklet land med dansk statsborgerskab.<sup>4</sup> Andelen af børn med en moder, der er indvandrer fra et mindre udviklet land, som får denne oprindelse betegnes  $\lambda_t^{iln,dld}$ .

Den tredje og sidste mulighed er, at barnet bliver af dansk oprindelse. Det er tilfældet, hvis faderen er født i Danmark og har dansk statsborgerskab (dvs. hvis faderen enten er efterkommer med dansk statsborgerskab eller af dansk oprindelse). Den andel af børnene, hvis mødre er indvandrere fra mindre udviklede lande, der får dansk oprindelse kaldes  $\lambda_t^{iln,da}$ .

Givet Danmarks Statistiks definitioner af befolkningens oprindelse vil alle børn, hvis moder er indvandrer fra et mindre udviklet land blive karakteriseret ved en af disse tre oprindelser. Der gælder således

$$\lambda_t^{iln,dln} + \lambda_t^{iln,dld} + \lambda_t^{iln,da} = 1$$

<sup>4</sup> Dansk statsborgerskab kan fravælges.

### Udvandring

Antallet af personer, der udvandreri fra en given befolkningsgruppe i et givet år er endogent bestemt og skrives som

$$e_t^{x+1,g,o} = \varepsilon_t^{x+1,g,o} E_t^{x,g,o}$$

hvor  $\varepsilon_t^{x,g,o}$  er udvandringsfrekvensen for personer med alder  $x$ , køn  $g$  og oprindelse  $o$  i periode  $t$ . Frekvenserne beregnes som et gennemsnit over de sidste 3 dataår.

### Indvandring

Antallet af personer, der gen-indvandrer til en given befolkningsgruppe i et givet år skrives som

$$i_t^{x+1,g,o} = \iota_t^{x+1,g,o} E_t^{x,g,o} \text{ hvor } o \notin \{iln, imn\}$$

hvor  $\iota_t^{x,g,o}$  er indvandringsfrekvensen for personer med alder  $x$ , køn  $g$  og oprindelse  $o$  i periode  $t$ . Frekvenserne beregnes som et gennemsnit over de sidste 3 dataår.<sup>5</sup>

For indvandrere uden dansk statsborgerskab er indvandringen eksogent givet. Det antages i nærværende prognose, at den samlede indvandring fra hhv. mere og mindre udviklede lande i fremtiden bliver på niveauet for sidste dataår (2005). Disse indvandrings niveauer fordeles på køn og alder ved at bruge den gennemsnitlige fordeling i de seneste 3 dataår.

### Statsborgerskab

Antallet af personer, der skifter statsborgerskab er endogent bestemt i grupper, som ikke har dansk statsborgerskab. Det gælder her, at

$$c_t^{x+1,g,o} = \psi_t^{x+1,g,o} E_t^{x,g,o}$$

hvor  $\psi_t^{x,g,o}$  er frekvensen for statsborgerskabsskift for personer med alder  $x$ , køn  $g$  og oprindelse  $o$  i periode  $t$ . Frekvenserne beregnes som et gennemsnit over de sidste 3 dataår.

---

<sup>5</sup> Sammenholdes antagelsen om en genindvandringssandsynlighed med antagelsen om, at udvandringen beskrives ved en udvandringssandsynlighed gange den samme bestand, fås at det er netto-udvandringen der beskrives ved en sandsynlighed.

## 2.4 Eksogene og parametre i fremskrivningsmodellen

For at kunne gennemføre en fremskrivning er det nødvendigt eksogent at skønne over udviklingen i følgende eksogene størrelser:

$m_t^{x,g}$  : Dødelighed fordelt på alder og køn.

$\varphi_t^{x,o}$  : Fertilitet fordelt på alder og oprindelse.

$\varepsilon_t^{x,g,o}$  : Udvandrings sandsynlighed fordelt på alder, køn og oprindelse.

$l_t^{x,g,o}$  : Gen-indvandringssandsynlighed fordelt på alder, køn og oprindelse.

$\psi_t^{x,g,o}$  : Statsborgerskabsskift-sandsynlighed fordelt på alder, køn og oprindelse.

$i_t^{x,g,o}$  for  $o \in \{iln, imn\}$ : Indvandring fordelt på alder, køn og oprindelse (af personer uden dansk statsborgerskab med oprindelse fra henholdsvis mere og mindre udviklede lande).

Dødelighed og fertilitet estimeres på basis af den historiske udvikling mens de øvrige fire typer parametre og variable ud fra de seneste observationer og en antagelse om at denne udvikling fastholdes i fremtiden. I de efterfølgende afsnit 4 til 6 gennemgås fremskrivningen af hvert af disse 5 typer af eksogene variable i befolkningsmodellen.

### 3. Data

DREAM har i 2006-2007 udviklet deres egen individbaserede database. I denne findes demografisk relevante individ-oplysninger om hele den danske befolkning i perioden 1981-2007. Ud fra denne individ-database dannes et data-sæt der for perioden 1981-2006 opdeler af befolkningen på de 9 befolkningsgrupper.

For hver befolkningsgruppe indeholder data-sættet følgende variable:

- Antal mænd og kvinder (fordelt på alder)
- Antal døde mænd og kvinder (fordelt på alder)
- Antal fødte drenge og piger (fordelt på moders alder)
- Antal indvandrede mænd og kvinder (fordelt på alder)
- Antal udvandrede mænd og kvinder (fordelt på alder)

Endvidere indeholder data-sættet en "baby-database" for perioden 1981-2006. Samtlige fødsler i perioden er registreret, og for hver nyfødt findes data for:

- Barnets køn, statsborgerskab og gruppetilhørsforhold
- Moders og faders gruppetilhørsforhold, statsborgerskab og hjemland

Ud over DREAMs befolkningsdatabase anvendes dødelighedsdata fra Human Mortality Database (HMD), som er en stor international database, der vedligeholdes af forskere ved University of California, Berkeley og Max Planck-Institute for Demographic Research, Rostock<sup>6</sup>. Databasen er tilgængelig via Internettet og indeholder bl.a. dødelighedsdata for Danmark fordelt på alder og køn for hvert år i perioden 1835-2006.

Den tekniske estimation foregår på disse data. Den endelige rapportering af resultater i det efterfølgende kapitel og i de regneark med dødeligheder, der hører til befolkningsfremskrivningen er imidlertid korrigeret og "udglattet", således at de er umiddelbart sammenlignelige med de af Danmarks Statistik offentliggjorte værdier med den konvention, at dødeligheder som Danmarks Statistik benævner 2005/2006, kaldes 2006 – svarende til Danmarks Statistiks egen konvention i forbindelse med befolkningsfremskrivning.

---

<sup>6</sup> [www.mortality.org](http://www.mortality.org) som også indeholder dokumentation metoden til konstruktion af dataserierne.

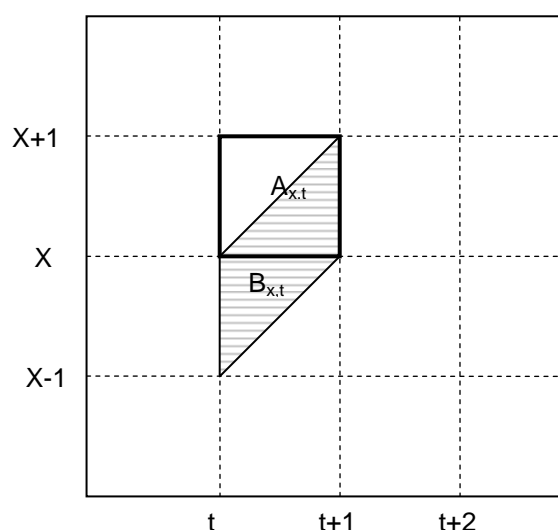
Forskellen mellem de tre datakilder består i hvorvidt dødelighederne er opgjort på såkaldte A-, B- eller C-grupper. Det er relativt enkelt at translaterer dødelighed opgjort efter en af disse definitioner til en af de øvrige, hvorfor data inden anvendelse i fremskrivningen kan bringes på approksimativ ækvivalent form.

### 3.1 Primær data

Dødeligheder fra samtlige år i den anvendte dataperiode stammer fra dødelighedstavlerne i Human Mortality Database og er defineret som A-grupper.

Det resterende data fra DREAMs database er defineret som B-grupper.

**Figur 2. – Datakonventioner i HMD-Databasen (A-grupper) og i DREAMs database (B-grupper).**



Figur 2 illustrerer definitionen af data opgjort efter henholdsvis A- og B-grupper i henhold til de konventioner, der er gældende i HMD og DREAMs database. Den i diagrammet stærkt optrukne firkant indikerer hvorledes døde  $x$ -årige på tidspunkt  $t$  opgøres som en A-gruppe efter konventioner gældende i HMD. Lad denne gruppe være benævnt  $A_{x,t}$ .

Definition: En dødelighed for alder  $x$  opgjort på A-gruppe måler hvor mange personer, der i løbet af et år er døde med alderen  $x$

Parallelogrammet med tværgående tekstur benævnt  $B_{x,t}$  angiver den tilsvarende B-gruppedødelighed, som denne er defineret i DREAMs befolkningsdatabase. Bemærk, at det er alderen ultimo år  $t$ , der her angiver, hvilken aldersklasse B-gruppen tilhører.

Definition: En dødelighed for alder  $x$  opgjort på B-grupper måler hvor mange personer som havde alderen  $x-1$  ved årets begyndelse, der er døde i løbet af et år.

### 3.2 Befolkningsfremskrivning

Til brug for befolkningsfremskrivningen anvendes data opgjort på et givet tidspunkt (primo året). Den relevante data-definition for dette formål er således B-grupper. Dødshyppigheder fremskrives på A-grupper, og de skal derfor konverteres til B-grupper før de kan benyttes i modellen. Denne konvertering ske ved approksimationen

$$B_x \cong \frac{A_{x-1} + A_x}{2}, \text{ hvor } A_{-1} = 0$$

Alle andre input-data til befolkningsfremskrivningen er allerede på B-grupper og kan derfor benyttes uden yderligere tilpasning.



## 4. Dødelighed og forventet levetid

Estimation af dødelighed til befolkningsmodellen bygger på den af Lee & Carter (1992) foreslåede metode til fremskrivning af aldersbetingede dødeligheder. Metoden er tidligere blevet brugt af Velfærdskommissionen og i DREAMs befolkningsfremskrivning<sup>7</sup> fra 2006. I de senere år har den opnået betydelig udbredelse, og anvendes af internationale institutioner som f.eks. FN's Population Division, der foretager sammenhængende langsigtede befolkningsfremskrivninger for alle verdens lande, jf. UN (2003). Herudover anvendes metoden til befolkningsfremskrivninger i en række lande, f.eks. Sverige, jf. Statistiska centralbyrå (2003,2005)<sup>8</sup>, og endelig anvendes den også af en række forskergrupper. Den stigende udbredelse har betydet, at der er en ganske omfattende afprøvning af metoden på forskellige lande og generelt findes, at metoden har gode fremskrivningsegenskaber.<sup>9</sup>

I DREAMs befolkningsfremskrivning fra 2006 blev der lavet en analyse der fokuserede på betydningen for estimation og fremskrivning af at opdele den samlede historiske dataserie i delperioder. På den baggrund baseres fremskrivningen for 2007 på en kort dataserie fra 1990 og frem. Det medfører at den kortsigtede udvikling i den aldersbetingede restlevetid vil ligge i underkanten af den udvikling, der er observeret i den seneste periode, der har været domineret af høj vækst. I denne fremskrivning vil væksten have en tendens til at aftage, således at den langsigtede vækst svarer til en længere dataserie. Set over fremskrivningsperioden som gennemsnit betyder dette, at væksten i Danmark ligger under trenden i grænsen for middellevetidsudviklingen på verdensplan. Ulempen ved denne fremskrivning er, at den anvendte dataserie er så kort, at estimaterne på udviklingen i den aldersbetingede dødelighed bliver usikre og udviklingen for de enkelte aldre påvirkes af udsving i den seneste periode. Fordelen er at de seneste 16 års vækst i middellevetiden fortsætter på kort sigt, mens man ved brug af længere dataserier vil opnå en væsentlig lavere vækst på kort sigt.

I de to første afsnit præsenteres hovedtrækkene i Lee-Carter metoden. I afsnit 3 omtales betydningen af valg af dataperiode, I afsnit 4 præsenteres estimationsresultater, mens justeringer til Lee-Carters fremskrivningsmetode præsenteres i afsnit 5. Dernæst præsenteres udviklingen i den fremtidige dødelighed. I afsnit 8 og 9 præsenteres en

---

<sup>7</sup> Se Danmarks fremtidige befolkning – Befolkningsfremskrivning 2006, DREAM for en evaluering af Lee-Carter metoden, samt dens udbredelse og i litteraturen foreslåede udvidelser.

<sup>8</sup> Norge anvender andre statistiske estimationsmetoder, som har en mere kompleks struktur end Lee-Carter metoden, jf. Keilman, Pham & Hetland (2001).

<sup>9</sup> En oversigt over forskellige anvendte metoder til befolkningsfremskrivning og en fortegnelse over hvilke principper der anvendes i en lang række institutioner findes i Andreev & Vaupel (2006)

definition af restlevetiden, der er konsistent med tal offentliggjort af Danmarks Statistik. Kapitlets resterende afsnit er dedikerede til præsentation af resultaterne vedrørende fremskrivning af restlevetiden fordelt på alder og køn.

Hovedresultaterne i fremskrivningen er, at middellevetiden frem til år 2100 stiger med 12,9 år for mænd og 11,1 år for kvinder. Der er således stort set tale om en halvering af den absolutte vækst i forhold til erfaringerne fra det 20. århundrede. I forhold til argumentationen i Oeppen & Vaupel (2002), som peger på en konstant årlig absolut vækst i middellevetiden, er der derfor tale om et meget forsigtigt skøn. En væsentlig del af forklaringen på den lavere vækst i middellevetiden er, at betydningen af fortsatte reduktioner i spæd- og småbørnsdødeligheden er mere begrænsede end i den historiske periode, fordi dødeligheden for disse grupper allerede er reduceret betydeligt. Betragtes i stedet udviklingen i restlevetiden for 60-årige, har forskellen mellem væksten i det 20. århundrede og den fremskrevne udvikling for det 21. århundrede det modsatte fortegn. I det 20. århundrede voksede restlevetiden for 60-årige mænd med 4,5 år mens væksten var på 6,5 år for kvinder. I fremskrivningen fås, at den tilsvarende vækst frem til 2100 er 9,8 år for mænd og 8,8 år for kvinder. Dette afspejler det generelle resultat, at fremtidige reduktioner i dødelighederne forventes at få relativ større effekt på restlevetiden for ældre.

Relativt til sidste års fremskrivning er der frem til år 2100 tale om en mindre nedjustering i ændringen i mænds middellevetid og en opjustering for kvindernes vedkommende. Således var ændringen i middellevetiden i 2006-fremskrivningen 10,9 år for kvinder og 13,5 år for mænd. Restlevetiden for 60-årige i år 2100 ændredes i 2006-fremskrivningen med 10,1 år for mænd og 10,9 år for kvinder<sup>10</sup>.

#### 4.1 Lee-Carter metoden

Den grundlæggende ide i Lee-Carters metode er, at den fremtidige udvikling i en given aldersbetinget dødelighed kan beskrives ud fra den historiske udvikling i de aldersbetingede dødeligheder. I denne fremskrivning på danske data laves dette opdelt på mænd og kvinder.

For at reducere dimension i problemet antages, at der er en betydelig regularitet i udviklingen af de aldersspecifikke dødeligheder, således at de kan beskrives ved hjælp af 3 elementer: En aldersspecifik del, der er

---

<sup>10</sup> Beregning af restlevetid i både 2006- og 2007-fremskrivningen tager her udgangspunkt i en maksimal levealder på 110 år, hvilket således er konsistent med metoden fremlagt i afsnit 4.9. De anførte ændringer i forventede levetider fra 2006-fremskrivningen vil afvige fra de ændringer, der er beskrevet i dokumentationsrapporten knyttet til denne fremskrivning, idet beregningerne her var baseret på en maksimallevealder på 101 år.

uafhængig af tidspunktet, en tidsafhængig udvikling i et mål for den samlede dødelighed (kaldet mortalitetsindekset) og et (tidsafhængigt) gennemslag af udviklingen i mortalitetsindekset på dødeligheden i den enkelte aldersgruppe. Konkret antages følgende sammenhæng:

$$\ln(m(x,t)) = a(x) + b(x)k(t) + e(x,t)$$

hvor  $x$  er alderen,  $t$  er tiden

$m(x,t)$  er det alders- og tidsafhængige niveau for dødeligheden

$a(x)$  er den aldersafhængige del som i praksis er et gennemsnit over de logaritmiske dødeligheder i estimationsperioden

$k(t)$  er den tidsafhængige udvikling i dødeligheden og

$b(x)$  vægter gennemslaget af  $k(t)$  på dødelighed for aldersgruppe  $x$ .

$e(x,t)$  er et alders- og tidsafhængigt fejl-led.<sup>11</sup>

Parameteren  $a(x)$  angiver den grundliggende form på aldersprofilen over tid og beregnes i praksis som gennemsnittet over tid af de logaritmiske dødsrater. Den aldersafhængige parameter  $b(x)$  angiver afvigelser fra den generelle profil over tid. Centralt for fremskrivningen er den aldersafhængige parameter  $k(t)$ , der beskriver udviklingen over tid i den generelle dødelighed og benævnes derfor mortalitetsindekset. Når det fælles niveau ændres over tid vægter parameteren  $b(x)$  således effekten på de aldersafhængige logaritmiske dødelighedsrater. Idet indekset vil være aftagende over tid, indikerer en positiv indgang i vektoren  $b(x)$ , at dødeligheden for den pågældende aldersgruppe er aftagende, mens en negativ indgang indikerer det modsatte. Aftager mortalitetsindekset lineært, dvs.  $dk(t)/dt$  er konstant vil de logaritmiske dødelighedsrater også aftage lineært over tid med proportionalitetsfaktoren  $b(x)$ . Dette medfører, at dødelighedsraterne er eksponentielt aftagende.

Denne formulering indebærer blandt andet, at forholdet mellem vækstraterne i dødeligheden for to forskellige aldersgrupper,  $x$  og  $y$  er konstant og lig med  $b(x)/b(y)$ . Udviklingen i dødelighederne bestemmes af udviklingen i mortalitetsindekset,  $k(t)$ . Denne estimeres i den oprindelige Lee-Carter artikel (1992) som en *random walk med drift*. Det betyder, at der i fremskrivningen antages en konstant fremtidig vækstrate i dødeligheden for en given årgang.

---

<sup>11</sup> For den konkrete estimationsprocedure henvises til f.eks. Haldrup (2004).

## 4.2 Estimation af Lee-Carter modellen

I henhold til Lee & Carter (1992) pålægges modellen restriktioner med det formål at bestemme en entydig løsning af parametrene,  $a(x)$ ,  $b(x)$  og  $k(t)$ . Således anvendes følgende to restriktioner, hvor  $t_1$  og  $t_n$  er henholdsvis første og sidste dataår:

$$\sum_{t=t_1}^{t_n} k(t) = 0$$

$$\sum_x b(x) = 1$$

Indledningsvist estimeres parameteren  $a(x)$  som gennemsnittet over de logaritmiske dødelighedsrater i dataperioden, dvs.

$$\hat{a}(x) = \frac{\sum_{t=t_1}^{t_n} \ln(m(x,t))}{t_n - t_1 + 1}$$

Efterfølgende beregnes en matrix bestående af de centrerede logaritmiske rater som

$$\ln(m(x,t)) - \hat{a}(x)$$

hvorefter denne påføres en Singular Value Decomposition fra hvilken estimerer for henholdsvis  $b(x)$  og  $k(t)$  kan udtrages.

Således er fundet et initialt bud på modellens parametre. Der er imidlertid ikke er nogen garanti for, at denne estimation resulterer i, at der for et givet år opnås, at det antal døde, der kan beregnes fra estimationen, svarer til det faktiske samlede antal døde. Derfor indeholder den oprindelige Lee-Carter formulering en efterfølgende opdatering af mortalitetsindekset, der sikrer dette. Haldrup (2004) følger denne procedure.

I nærværende fremskrivning er det i stedet valgt at opdatere mortalitetsindekset, så der for hvert år i dataperioden opnås sammenfald med den faktiske levealder. Denne fremgangsmåde er ligeledes anvendt i Lee & Miller (2001). Årsagen til, at levealderen anvendes i stedet for antallet af døde er, at førstnævnte vurderes som den mest relevante målvariabel.

Ved anvendelse af de initiale parameterestimerer for  $a(x)$  og  $b(x)$  bestemmes mortalitetsindekset ved anvendelse af en Newton-Raphson algoritme således, at forventet levealder i hele dataperioden opnås. Som det er fremgangsmåden i Haldrup (2004) foretages efterfølgende en yderligere modifikation. Idet det nye bud på mortalitetsindekset tages for

givet findes ved OLS regression af dette på de logaritmiske dødelighedsrater opdaterede bud på de aldersafhængige parametre  $a(x)$  og  $b(x)$ . Dette kan opfattes som første trin i en iterativ proces, der leder til værdier af  $a(x)$  og  $b(x)$ , som er indbyrdes konsistente med  $k(t)$ . I denne analyse suppleres dette med andet trin i den iterative proces, idet der med de opdaterede værdier for  $a(x)$  og  $b(x)$  beregnes et nyt mortalitetsindeks, så der igen opnås sammenfald med faktisk levealder. Et eksperiment omhandlende fremskrivningspræcisionen afslører, at tilføjelsen af dette ekstra trin forbedrer præcisionen marginalt. Samtidig opnås tilpasning til den faktiske levealder. Parametrene i Lee-Carter modellen er nu fastlagt og dødelighedsrater kan estimeres inden for dataperioden.

Den centrale variabel for fremskrivningen af udviklingen i levetiden er udviklingen i mortalitetsindekset,  $k(t)$  over tid. Det er derfor centralt, at processen beskrivende udviklingen i dette indeks fastlægges og er statistisk velspecificeret. Denne fastlæggelse baseres på statistiske test og suppleres med grafisk inspektion af serien.

### 4.3 Valg af dataperiode

I forbindelse med Befolkningsfremskrivning 2006 blev der lavet en analyse af forskellige dataperioders betydning for fremskrivningen af dødelighed. Den historiske udvikling viser, at både det gennemsnitlige fald i (logaritmen til) dødelighederne og sammensætningen af faldet på aldersgrupper har tendens til at være konstant over lange perioder. At dette er tilfældet for stort set alle lande er netop årsagen til Lee-Carter metodens betydelige succes og udbredelse. Samtidig viser analysen af dødelighedsudviklingen i Danmark, at der er givne forholdsvis kortvarige perioder, hvor stabiliteten i dødelighedsudviklingen ophører for herefter at blive genetableret med en ændret vækstrate og en ændret aldersmæssig sammensætning.

Lee-Carter metoden fører til, at fremskrivningen vil have tendens til at forlænge det gennemsnitlige observerede årlige fald i (logaritmen til) dødelighederne igennem estimationsperioden til fremskrivningsperioden. Samtidig vil alderssammensætningen af faldet i dødelighederne også have tendens til at afspejle den gennemsnitlige aldersfordeling af dødelighedsfaldet. Analysen af den estimerede effekt på faldet i de aldersafhængige dødeligheder for mænd viser således, at estimerne af  $b(x)$  og  $k(t)$  ikke er robuste over for valg af dataperiode. Valg af dataperiode vil derfor have afgørende effekt på fremskrivnings resultater.

Baseres fremskrivningen på den seneste periode, dvs. fra 1995 og frem, vil det indebære, at den vil have tendens til at forlænge den seneste udvikling. Da data indikerer, at strukturen i dødelighedsudviklingen fastholdes i længere perioder, er der grund til at forvente, at en fremskrivning baseret på denne dataserie vil have de bedste fremskrivningsegenskaber på kortere sigt.

Årsagen, til at det kan være relevant at inddrage længere dataperioder, er både den betydelige usikkerhed med hensyn til estimerne og hensynet til det længere sigt. Den seneste periode er karakteriseret ved at have de største fald i (logaritmen til) dødelighederne målt over alle perioder i det 20. århundrede. Der er derfor en risiko for, at en kort dataserie vil have en tendens til at overvurdere den årlige vækst i middellevetiden på langt sigt.

Det endelig valg af længden af dataserien er derfor et kompromis mellem den undervurdering af middellevetidsvæksten på kortere sigt, som en lang dataserie medfører, og den mulige fremtidige overvurdering af middellevetidsvæksten, som anvendelsen af en kort dataserie kan føre til.

I lighed med de generelle anbefalinger i litteraturen er det derfor valgt at basere fremskrivningens hovedforløb på en kort dataperiode, som hovedsageligt dækker perioden efter 1995. Af hensyn til usikkerheden på de aldersbetingede estimer er det nødvendigt at udvide antallet af observationer. Valget af dataserie er efter denne procedure faldet på perioden fra 1990-2006. En fremskrivning baseret på denne tidsserie har for både mænd og kvinder den egenskab, at den langsigtede vækstrate i middellevetiden konvergerer mod vækstraten for fremskrivningen baseret på en længere dataperiode. På det korte sigt indebærer denne fremskrivning en vis opbremsning i væksten i middellevetiden i forhold til den historiske trend.

#### 4.4 Estimationsresultater

I det følgende gennemgås estimationsresultaterne for dataserien 1990-2006, der anvendes til fremskrivningen for både mænd og kvinder.

Nedenstående modeller for indekset for dødelighederne,  $k(t)$  findes efter test at være velspecificerede for fremskrivningerne for hhv. mænd og kvinder. Indeks frembragt på baggrund af data fra 1990-2006 findes at kunne beskrives ved følgende, hvor spredningen på de estimerede koefficienter er angivet i parentes

$$\text{Mænd:} \quad \Delta k(t) = -2,3429_{(0,6080)}$$

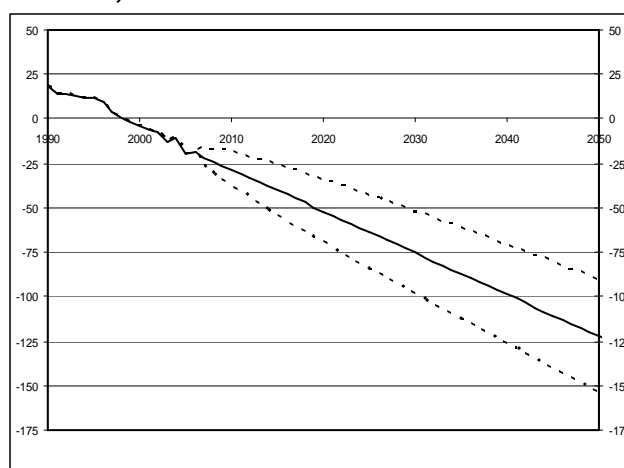
$$\text{Kvinder:} \quad \Delta k(t) = -4,0843_{(1,1709)} - 0,5671_{(0,2294)} \Delta k(t-1)$$

Fremskrivningen af mortalitetsindekset er for mænd beskrevet ved en random walk med drift process, mens den for kvinder er beskrevet ved en 1. ordens autoregressiv proces med en trend.

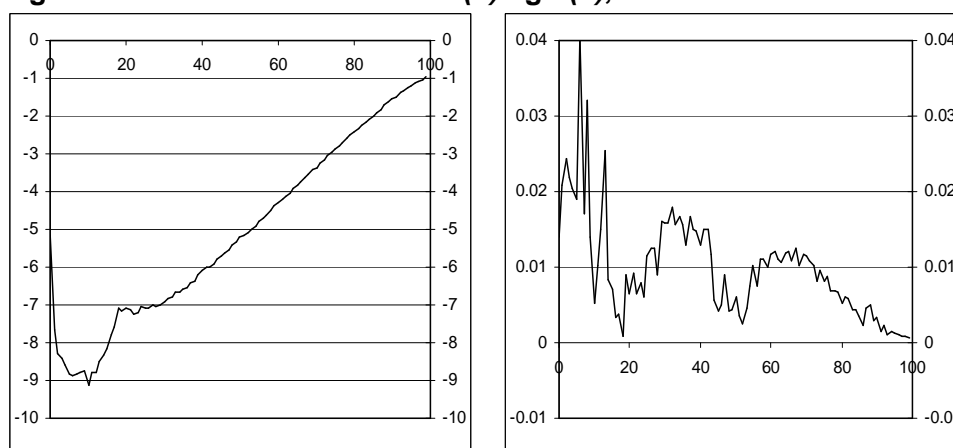
Driften eller konstantleddet i ovenstående sammenhænge vil efter få perioder dominere således, at det fremskrevne indeks  $k(t)$  på sigt vil følge et lineært trendforløb også for kvinder. De estimerede og fremskrevne

værdier for  $k(t)$  er for mænd vist i Figur 3 og for kvinder vist i Figur 5. I figurene er desuden vist 95%-konfidensintervallet som estimationen af  $k(t)$  giver anledning til. Sammen med de estimerede værdier af gennemslaget på de aldersbetingede dødeligheder,  $b(x)$ , af et givet fald i dødelighedsindekset,  $k(t)$ , kan dette anvendes til at finde de aldersbetingede procentvise reduktioner i dødelighederne i de to fremskrivninger. Bemærk at figurene viser hvorledes betingelsen på  $k(t)$ , om  $\sum_{t=t_1}^{t_n} k(t) = 0$ , er opfyldt i estimationsperioden.

**Figur 3. Estimerede og fremskrevne værdier for  $k(x)$ , samt 95%-konfidensintervallet, mænd**



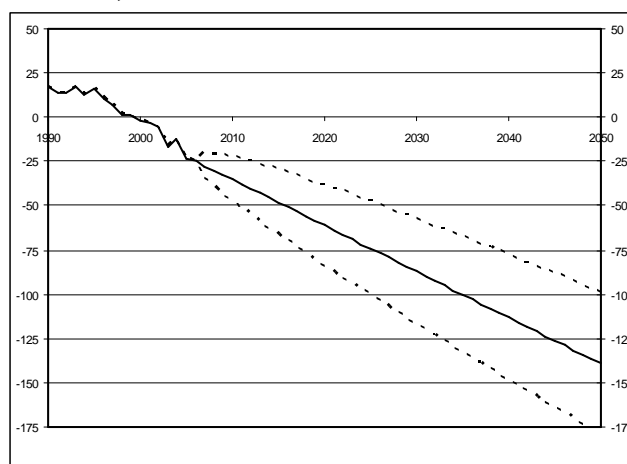
**Figur 4. Estimerede værdier for  $a(x)$  og  $b(x)$ , mænd**



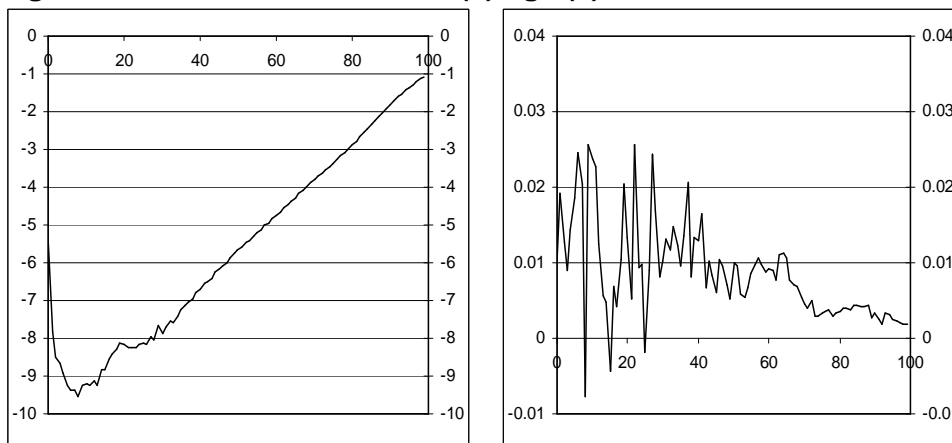
I Figur 4 og Figur 6 er der for hhv. mænd og kvinder vist estimationen af den gennemsnitlige aldersbetingede dødelighed,  $a(x)$ , samt den aldersbetingede vægtningen,  $b(x)$ , af ændringen i moralitetsindekset,  $k(x)$ . Det ses at den gennemsnitlige aldersbetingede dødelighed for både mænd og kvinder er forholdsvis glat og at fluktuationer fortrinsvis indtræffer i de aldersklasser med meget få dødsfald. Samtidig ses det at Gompertz lov

om, at dødelighederne vokser eksponentielt over med alderen, er opfyldt for aldersklasserne 30-99. Niveaueet for den gennemsnitlige dødelighed er for alle aldersklasser lavere for kvinder, og specielt er ungdomsdødeligheden i aldersklasserne 15-30 markant højere for mænd.

**Figur 5. Estimerede og fremskrevne værdier for  $k(x)$ , samt 95%-konfidensintervallet, kvinder**



**Figur 6. Estimerede værdier for  $a(x)$  og  $b(x)$ , kvinder**



Den aldersbetingede vægtning,  $b(x)$ , af ændringen i moralitetsindekset,  $k(x)$ , er langt mere fluktuerende end den gennemsnitlige aldersbetingede dødelighed, hvilket skyldes den korte dataperiode. Bemærk tendensen til, at de procentvise årlige fald er størst for de laveste aldre og gradvist faldende med alderen, ikke systematisk til stede. Det sidste punkt er kritisk, fordi fremskrivningen over tid vil afvige stadigt mere markant fra Gompertz. Bemærk endvidere at figurene viser hvorledes betingelsen på

$b(x)$ , om  $\sum_{x=0}^{99} b(x) = 1$ , er opfyldt.



For mænd betyder specielt den markant lavere vægtning af aldersklasserne 45-55 at den log-lineære aldersstrukturen på sigt vil bryde samme. Dette vil senere vise sig i fremskrivningsresultaterne. For kvinder er tendensen til, at de procentvise årlige fald er størst for de laveste aldre og gradvist faldende med alderen mere klart. Dette er dog ikke tilfældet både for de yngre aldre op til 25 år og de ældre dvs. fra ca. 72 år og herover. Specielt for de yngre aldre er der store fluktuation og der er sågar aldre, hvor ændringen er negativ, hvilket betyder at dødeligheden vil stige over tid.

#### 4.5 Korrektioner af fremskrivningsmetoden

Som angivet ovenfor fremkommer fremskrivningen ved, at udviklingen i det estimerede mortalitetsindeks,  $k(t)$  fremskrives og udviklingen i de aldersspecifikke dødeligheder beregnes ud fra de estimerede  $a(x)$  og  $b(x)$ . Herudfra kan udviklingen i den aldersspecifikke restlevetid i fremskrivningen beregnes.

Der foretages dog to yderligere korrektioner inden dette gøres. For det første sikres, at den aldersbetingede restlevetid i fremskrivningens første år ikke foretager spring i forhold til den aldersbetingede restlevetid i det seneste år i dataperioden. Da den aldersbetingede dødelighed er estimeret kan den seneste observation indeholde en ikke ubetydelig residual i forhold til den estimerede værdi. Dette er en betydelig praktisk ulempe, som Lee-Carter metoden har tilfælles med andre metoder, der baserede sig på estimerede værdier. Bell (1997) foreslår en metode til at forhindre disse spring. Der anvendes en modificeret udgave af denne metode i denne fremskrivning.

For det andet kan Lee-Carter metoden som det fremgik ovenfor føre til uhensigtsmæssige forskelle i de årlige reduktioner af de aldersbetingede dødelighed i aldersgrupper, der ligger i nærheden af hinanden. Det skyldes, at effekten på den enkelte aldersspecifikke dødelighed fremkommer ved at udviklingen i mortalitetsindekset  $k(t)$  multipliceres med den aldersspecifikke vektor  $b(x)$ . Tilfældige udsving imellem  $b(i)$  og  $b(i+1)$  forstærkes derfor uhensigtsmæssigt. Problemet er størst, hvis metoden baseres på en kortere dataserie, og hvis metoden samtidig anvendes til længere fremskrivninger. De Jong & Tickle (2005) foreslår en udglatningsmekanisme for dette tilfælde. I nærværende fremskrivning er der anvendt en udglatningsmekanisme, som afviger fra denne.

Inden resultaterne af fremskrivningen præsenteres sidst i afsnittet gennemgås disse to justeringer.

##### *Bell's metode samt modifikationen heraf*

Med henblik på at eliminere de spring i dødshyppigheder og dermed restlevetider, der kan forekomme mellem det sidste historiske år og det første fremskrevne, foreslår Bell (1997) anvendelse af en

korrektionsmetode. I henhold til Bells fremstilling kan problemet med spring/- knækpunkter elimineres ved at påføre hele fremskrivningen en biaskorrektur, hvis omfang bestemmes af forskellen mellem nyeste tilgængelige historiske dødeligheder og estimerede dødeligheder for det samme år. Hvis  $t$  således angiver sidste år i den historiske periode, da vil den aldersafhængige bias mellem de logaritmiske dødeligheder være givet som

$$Bias(x) = \ln(m(x, t)) - \ln(\hat{m}(x, t))$$

hvor  $t$  er det sidste historiske år,  $m(x, t)$  er de observerede dødeligheder og  $\hat{m}(x, t)$  angiver den estimerede værdi for dødeligheder.

Bell's foreslåede bias-justering indebærer, at den beregnede bias tillægges samtlige logaritmiske dødeligheder i fremskrivningen. Den bias-justerede fremskrivning bliver for fremskrivningsperiode  $s$  dermed

$$\ln(\hat{m}(x, t + s))_{biascorrected} = \ln(\hat{m}(x, t + s)) + Bias(x), \quad s > 0$$

Idet de fremskrevne dødeligheder er beregnet på Lee-Carter metoden, kan ovenstående formuleres som

$$\begin{aligned} \ln(\hat{m}(x, t + s))_{biascorrected} &= \ln(\hat{m}(x, t + s)) + \ln(m(x, t)) - \ln(\hat{m}(x, t)) \\ &= a(x) + b(x)k(t + s) + \ln(m(x, t)) - a(x) - b(x)k(t) \\ &= b(x)[k(t + s) - k(t)] + \ln(m(x, t)) \end{aligned}$$

Der følger at biaskorrektoren påvirker dødshyppighederne på følgende måde

$$\begin{aligned} \ln(\hat{m}(x, t + s))_{biascorrected} &= \ln(\hat{m}(x, t + s)) + Bias(x) \Leftrightarrow \\ \hat{m}(x, t + s)_{biascorrected} &= \exp(a(x) + b(x)k(t + s)) \cdot \exp(Bias(x)) \end{aligned}$$

hvorfor det kan konstateres, at biaskorrektoren fremkommer ved multiplikation af de oprindelige fremskrevne dødeligheder med en aldersafhængig konstant. Som det ses af første linie i systemet ovenfor, er forskellen mellem de biaskorrigerede estimerede logaritmiske dødeligheder og de ikke-biaskorrigerede estimerede logaritmiske dødeligheder per definition konstant over tid, idet differencen jo netop er den aldersafhængige biaskorrektur  $Bias(x)$ .

Tages udgangspunkt i dødshyppighederne kan differencen mellem det bias-korrigerede og det ikke-biaskorrigerede estimat udtrykkes som

$$\hat{m}(x, t + s)_{biascorrected} - \hat{m}(x, t + s) = \hat{m}(x, t + s) \cdot (\exp(Bias(x)) - 1)$$

Eftersom de fremskrevne dødshyppigheder aftager eksponentielt over tid, vil forskellen mellem de biaskorrigerede og ikke-biaskorrigerede dødshyppigheder dermed også følge en eksponentiel funktionsform over tid og konvergere mod et givet niveau. Idet restlevetiden er baseret på udviklingen i dødeligheden, vil forskellen over tid mellem den biaskorrigerede og den ikke-biaskorrigerede restlevetid også være afledt af den eksponentielle form.

Til trods for, at Bells metode eliminerer et eventuelt spring mellem restlevetider i det sidste dataår og første fremskrivningsår, kan metodens berettigelse diskuteres. Ved anvendelse af metoden forbedrer man fremskrivningens egenskaber første år, men idet korrektionen som specificeret ovenfor ikke er tidsafhængig, bør der gøres forsøg på at redegøre for vedvarende konsekvenser og vurdere disse i forhold til gevinsten første år.

Det er nærliggende at undersøge, hvorvidt fremskrivningspræcisionen påvirkes af anvendelse af metoden. Til dette formål anvendes data fra 1835-2006 fra HMD. På baggrund af en dataperiode omfattende 40 år fremskrives dødelighederne for de efterfølgende 10 år, hvorefter den gennemsnitlige kvadratiske fremskrivningsfejl over alder for det 10. fremskrivningsår beregnes. Dataperiodens begyndelses- og sluttidspunkt forskydes et år, og eksperimentet gentages. Første data- og fremskrivningsperiode bliver dermed hhv. 1835-1874 og 1875-1884, mens de sidste bliver 1955-1994 og 1995-2006. Eksperimentet gennemføres både med og uden anvendelse af Bells korrektion. I 57 % af tilfældene er fejlen i det 10. fremskrivningsår mindst, når Bells korrektion anvendes. Dette taler umiddelbart for en ukritisk anvendelse af metoden. På den anden side er den numeriske værdi af fremskrivningsfejlen markant større i de tilfælde hvor fremskrivning uden korrektion er mest præcis. Den gennemsnitlige fremskrivningsfejl er derfor kun marginalt mindre, når Bell korrektion anvendes.

En udtømmende sammenligning af fremskrivningsegenskaberne med og uden Bells korrektion, bør i princippet omfatte et bredt udvalg af dataperiodelængder og fremskrivningshorisonter. Registreres fremskrivningsfejlen således i et eksperiment identisk med ovenstående, men med en fremskrivningsperiode på 20 år, vil den gennemsnitlige fejl være mindst, såfremt Bells korrektion udelades, til trods for, at fejlen ved anvendelse af korrektionen stadig er mindst i over halvdelen af tilfældene, her 55 %.

En tredje type eksperiment er gennemført ved at variere dataperiodens længde fra 15 til 100 år for et givet slutår. For hvert af disse slutår registreres den mindste fremskrivningsfejl i det 20. fremskrivningsår henholdsvis med og uden Bell's korrektion. I dette tilfælde vil fremskrivning uden Bell's korrektion være at foretrække i 60 % af tilfældene. Den mindste fremskrivningsfejl er således ikke nødvendigvis frembragt af den samme periodelængde i eksperimenterne med og uden anvendelse af

Bells korrektion og formålet er dermed ikke at afgøre metodens indflydelse på en bestemt periodelængde, men derimod på den mindste fremskrivningsfejl.

På basis af disse resultater anvendes her en modificeret version af Bell's metode. Modifikationen indebærer for det første, at korrektionen udelukkende anvendes på 50-99-årige. Idet dødshyppigheden er væsentlig højere i disse aldersgrupper end i de yngre, er det for disse grupper, at korrektionen alt andet lige vil have den største effekt. For det andet søges korrektionens negative effekter længere sigt reduceret ved at lade effekten af korrektionen aftage over tid. Biaskorrektionen  $Bias(x)$  multipliceres således med potensfunktionen  $f(t) = \gamma^t$ , der for  $\gamma < 1$  er aftagende over tid, samtidig med at potensfunktionen sikrer, at biaskorrektionen i sidste dataår ( $t = 0$ ) er uændret.

Der er to yderpunkter for potensfunktionen. For det første tilfælde  $\gamma = 0$  forekommer ingen biaskorrektion af de estimerede og fremskrevne dødeligheder. I det andet yderpunkt er  $\gamma = 1$  og her er  $f(t) = 1$  for alle  $t$ , således at Bells biaskorrektion implementeres i sin oprindelige form.

Det er i denne fremskrivning valgt at fastlægge parameteren  $\gamma$  således halveringstiden for korrektionen,  $T_{1/2}$ , bliver 10 år. Idet halveringstiden defineres som

$$T_{1/2} = \frac{\ln(1/2)}{\ln(\gamma)}$$

Da kan  $\gamma$  beregnes ved

$$\gamma = \exp\left(\frac{\ln(1/2)}{T_{1/2}}\right)$$

som med en halveringstid på 10 år giver værdien 0,93303. For fuldstændighedens skyld bliver den modificerede biasjusterede fremskrivning for fremskrivningsperiode  $s$  dermed

$$\ln(\hat{m}(x, t + s))_{biascorrected} = \ln(\hat{m}(x, t + s)) + \gamma^s Bias(x), \quad s > 0$$

hvor  $x \geq 50$ .

#### *Udglatning af dødeligheder for forskellige aldre i fremskrivningen*

For at forhindre, at der ved lange fremskrivningshorisonter baseret på kortere dataserier kan forekomme forholdsvis store og ikke-demografisk forklarlige fluktuationer i dødelighedsprofilerne påføres fremskrivningen slutteligt en udglattende korrektion. Derfor modificeres de estimerede dødshyppigheder i fremskrivningen, hvilket også indebærer, at de ovenfor præsenterede biasjusterede rater korrigeres yderligere.

Lad  $\ln(\hat{m}(x, t + s))_{smooth}$  angive de fremskrevne logaritmiske dødelighedsrater efter den udglattende modifikation. Denne kan for  $s > 0$  udtrykkes som

$$\begin{aligned} \ln(\hat{m}(x, t + s))_{smooth} &= a(x) + b(x)k(t) + \tilde{b}(x)(k(t + s) - k(t)) + \gamma^s Bias(x) \\ &= a(x) + b(x)k(t) + \tilde{b}(x)(k(t + s) - k(t)) + \gamma^s Bias(x) + b(x)k(t + s) - b(x)k(t + s) \\ &= \ln(\hat{m}(x, t + s)) + \tilde{b}(x)(k(t + s) - k(t)) + \gamma^s Bias(x) - b(x)(k(t + s) - k(t)) \\ &= \ln(\hat{m}(x, t + s))_{biascorrected} + (\tilde{b}(x) - b(x))(k(t + s) - k(t)) \end{aligned}$$

hvor  $t$  her angiver basisåret eller det sidste år for hvilket data er tilgængelige og  $Bias(x) = 0$  for  $x < 50$ . Parameteren  $\tilde{b}(x)$  er en udglattet version af estimatet  $b(x)$ . I praksis er  $\tilde{b}(x)$  en såkaldt *cubic spline* af  $b(x)$ , hvilket essentielt indebærer, at der mellem samtlige punkter i  $b(x)$  er fittet et polynomium af grad tre under antagelser om minimering af såvel kurvatur i  $\tilde{b}(x)$  som af kvadratisk afstand til indgangene i  $b(x)$ .

Udglatningen indebærer, at afvigelser i logaritmen af dødeligheden fra en alder til den næste reduceres eller elimineres. Derimod påvirker udglatningsproceduren ikke det fænomen, at estimationen kan indebære, at reduktionen i den aldersbetingede dødelighed er voksende med alderen for visse aldersgrupper.

#### 4.6 Resultater af fremskrivningen

Logaritmen til de aldersbetingede dødeligheder er i Figur 7 vist både for år 1900, år 2006, som er det seneste år i dataserien og fremskrevet til 2050. Der er en udpræget tendens til, at de aldersbetingede dødeligheder på et givet tidspunkt vokser eksponentielt med alderen. Det svarer til at risikoen for at dø vokser med en fast procent for hvert alderstrin. Fænomenet kaldes Gompertz lov, jf. Gompertz (1825) og har siden offentliggørelsen været anvendt til aktuarisk fastsættelse af f.eks. præmier ved livsforsikring. I Danmark anvendes sammenhængen i det forsikringstekniske grundlag G82<sup>12</sup>, hvor dødsintensiteten beskrives som

$$m(x) = 0,0005 + 10^{-4,12+0,038x} \quad \text{for mænd}$$

$$m(x) = 0,0005 + 10^{-4,272+0,038x} \quad \text{for kvinder}$$

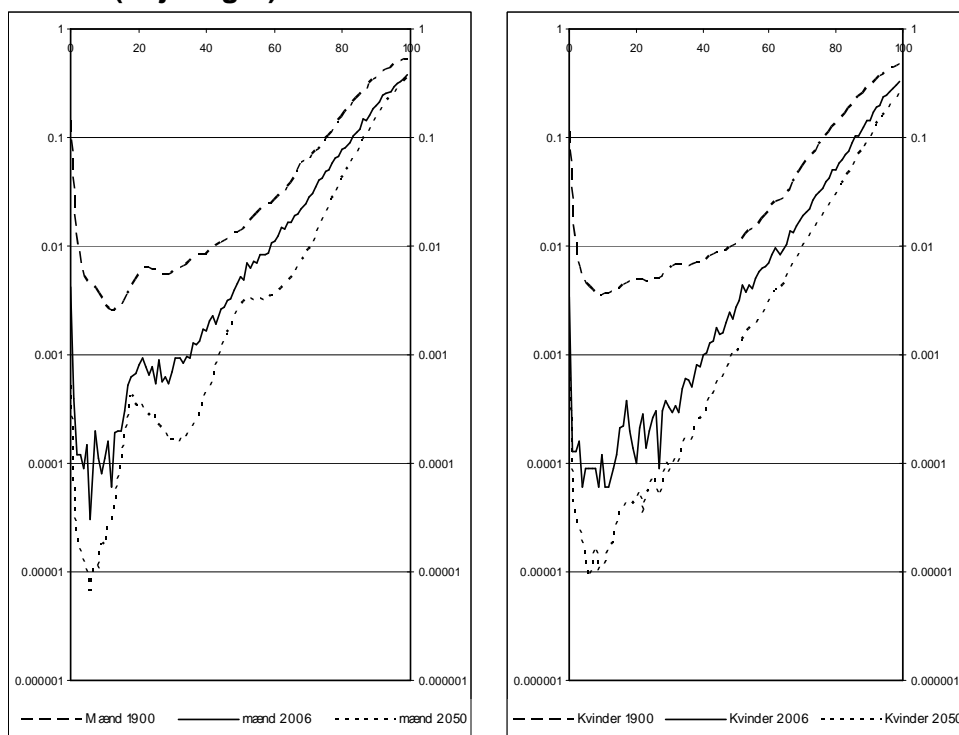
---

<sup>12</sup> Bemærk, at dødelighederne i G82 kun er aldersafhængige og således ikke tager højde for at den aldersbetingede restlevetid vokser med tiden. De skal derfor løbende opdateres for at tage højde for denne udvikling

Tendensen, til at dødeligheden vokser med en fast procent for hvert alderstrin, gælder i 2006 fra omkring 30-årsalderen og indtil omkring 80 års alderen. Det ses, at dødeligheden blandt personer, der er yngre end 30-år, historisk har haft en tendens til at være højere end den lineære (logaritmiske) udvikling tilsiger. Særligt spædbørns- og småbørnsdødelighed har haft tendens til at trække dødsrisikoen op. I data for 2006 er dødsrisikoen for de omkring 10-årige på niveau med en forlængelse af den (logaritmiske) lineære sammenhæng, mens de øvrige unge aldersgrupper fortsat ligger over.

Den historiske udvikling i de aldersbetingede logaritmiske dødeligheder gennem det 20. århundrede har betydet, at logaritmen til dødelighederne er faldet mest for de yngre aldersgrupper (spæd- og småbørnsdødelighed, samt fald i dødeligheden for unge herunder død under barsel for kvinder). Faldet i de logaritmiske dødeligheder har været mindre for de ældre aldersgrupper. Udviklingen har betydet, at Gompertz lov gradvist har haft tendens til at gælde for et stigende antal aldersgrupper.

**Figur 7. Aldersbetinget dødshyppighed for mænd (venstre figur) og kvinder (højre figur)**



De estimerede årlige reduktioner i den aldersbetingede dødelighed er generelt positive for alle aldersgrupper, jf. Figur 4 og Figur 6. Det betyder, at fremskrivningen over tid vil føre til, at dødelighederne reduceres for alle aldersgrupper og det ses at for både mænd og kvinder reduceres den aldersbetingede dødelighed frem mod 2050.

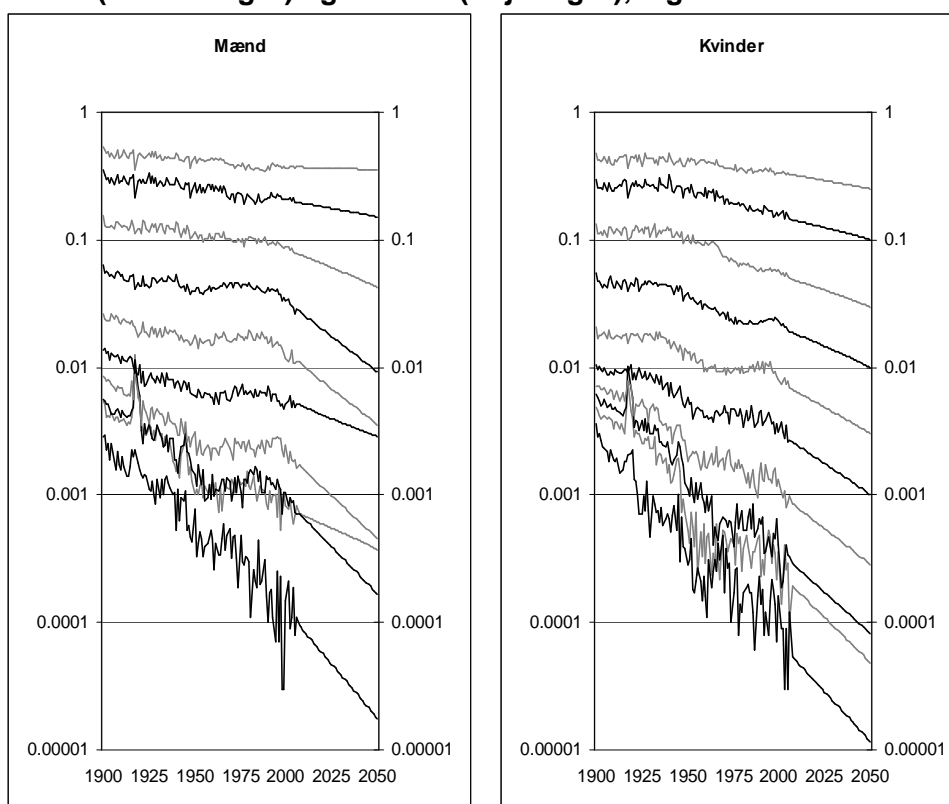
I fremskrivningen ses, at tendensen til, at de årlige reduktioner i den aldersbetingede dødelighed for mænd er voksende med alderen for aldersgrupperne 17-32 år og 52-60 år, som forventet fører til et ganske markant brud på Gompertz' lov om, at dødeligheden vokser eksponentielt med alderen. For de to nævnte aldersgrupper er dødeligheden faldende med alderen i år 2050. For kvinder haves omvendt, at fremskrivningen leder til en stort set perfekt lineær vækst i logaritmen til dødeligheden med alderen i år 2050.

Konklusionen er derfor, at for mænd har valget af den korte dataserie som udgangspunkt for fremskrivningen en negativ konsekvens for aldersstrukturen i dødeligheden sammenlignet med referenceserien, mens dette ikke er tilfældet for kvinder.

#### 4.7 Udviklingen i dødeligheden for de enkelte aldersgrupper

Betragtes den historiske udvikling gennem det 20. århundrede i den aldersbetingede dødelighed for de individuelle andre ses det imidlertid, at der er betydelig forskel på de relative størrelser af faldet i forskellige tidsperioder. Lee-Carter metoden indebærer, at den historiske tendens

**Figur 8. Dødshyppighed for udvalgte aldre (10, 20, ... , 90, 99 år), mænd (venstre figur) og kvinder (højre figur), logaritmisk skala**



Note: Da dødeligheden er voksende med alderen er 99-årige øverst, efterfulgt af 90-årige osv. Bemærk dog at for mænd der bliver dødeligheden for 30-årige lavere end for 20-årige i fremskrivningen.

forlænges således, at den fremskrevne fordeling af faldet i dødelighederne svarer til den historiske udvikling. Betydningen af den valgte estimationsperiode illustreres klart ved at tage udgangspunkt i logaritmen til dødeligheden for en given alder. Lee-Carter metoden implicerer, at den fremskrevne udvikling i logaritmen til dødeligheden for en given aldersgruppe kan vurderes ud fra trenden i dødeligheden gennem den valgte estimationsperiode.

I Figur 8 ses udviklingen i de aldersbetingede dødeligheder for henholdsvis mænd og kvinder gennem det 20. århundrede for 10-årige, 20-årige, ..., 90-årige og 99-årige. Dødelighederne for 99-årige ligger øverst, herefter følger de øvrige aldre i faldende orden.

Figureerne for begge køn viser som en overordnet tendens, at (logaritmen til) dødeligheden er faldende for alle aldersgrupper, og at der er en tydelig tendens over det lange sigt til, at faldet er størst for de yngre aldersgrupper. Der er således langt større spredning i logaritmen til dødelighederne ved indgangen til det 21. århundrede end ved indgangen til det 20. århundrede.

Der er herudover for begge køn en tendens til, at faldet i dødelighederne for alle aldersgrupper på nær 10-årige flader ud omkring 1950 og først for alvor begynder at falde igen omkring 1995. Især for mænd kommer de to skift over en kort periode, jf. Figur 8 (venstre side).

For kvinder er der frem til omkring midten af 1930'erne en tendens til, at det kun er de unge aldersgrupper, hvor der er fald i dødeligheden. Herefter falder dødelighederne generelt i en periode frem til 1960'erne, hvor dødelighedsfaldet aftager og gradvist ophører. Først omkring 1995 er der – ligesom hos mændene – tendens til, at dødeligheden igen falder for alle aldersgrupper.

Af fremskrivningerne fremgår det at Lee-Carter metoden fortsætter de enkelte aldres udvikling siden 1990. Da det er afbildet på en logaritmisk skala da betyder det at den procentvise ændring siden 1990 fortsættes. Det ses, at for kvinder medfører dette at spændet af log-dødelighederne vokser, idet den procentvise reduktion falder med alderen. Samtidig ses det at strukturen i dødelighedsmønstret bevares.

For mænd medfører en videreførelse af den procentvise reduktion at strukturen i dødelighedsmønstret efter bare få år begynder at bryde sammen, idet de enkelte aldres dødeligheder forholdsvis hurtigt begynder at krydse hinanden. Dette er ikke en tendens der kan genfindes i den historiske dataserie, og det er grunden til at aldersprofilen for mænd i 2050 er brudt sammen, jf. Figur 7.

Den historiske tendens til, at de senere års reduktion i dødeligheden er vokset relativt, fremgår ligeledes af Figur 8, hvor det såvel for mænd som kvinder gælder, at dødeligheden for 60-årige (og i mindre grad 80-årige) reduceres betydeligt.



## 4.8 Restlevetid

Som alternativ til de aldersbetingede dødeligheder kan udviklingen beskrives ved restlevetiden for de enkelte aldersgrupper. Fra en økonomisk-politisk synsvinkel vil dette ofte være mere relevant på grund af den betydelige omfordeling mellem aldersgrupperne, som følger af den sociale kontrakt i velfærdssamfundet, jf. f.eks. Andersen & Pedersen (2005).

Restlevetiden for en given aldersgruppe afhænger af dødeligheden i alle højere aldersgrupper. Middellevetiden, hvilket er den normale betegnelse for restlevetiden for en 0-årig, indeholder dermed information på en sammenvejet kompakt form om dødeligheden for alle aldersgrupper. Udviklingen i middellevetiden er derfor en måde at udtrykke udviklingen i den samlede dødelighed på.

Restlevetid beregnes i denne publikation med udgangspunkt i A-grupper, fordi den baserer sig på de fremskrevne dødeligheder. For at skabe en så høj overensstemmelse med den af Danmarks Statistik offentliggjorte aldersbetingede restlevetid sker der en korrektion af den beregnede restlevetid.

For samtlige aldersgrupper gælder således, at den offentliggjorte restlevetid for år  $t$  er gennemsnittet af restlevetiden for år  $t$  og  $t-1$ .<sup>13</sup> Nedenstående illustration klarlægger sammen med de efterfølgende bemærkninger, hvorfor udglatning af A-grupper over tid approksimerer de af Danmarks Statistik offentliggjorte dødeligheder.

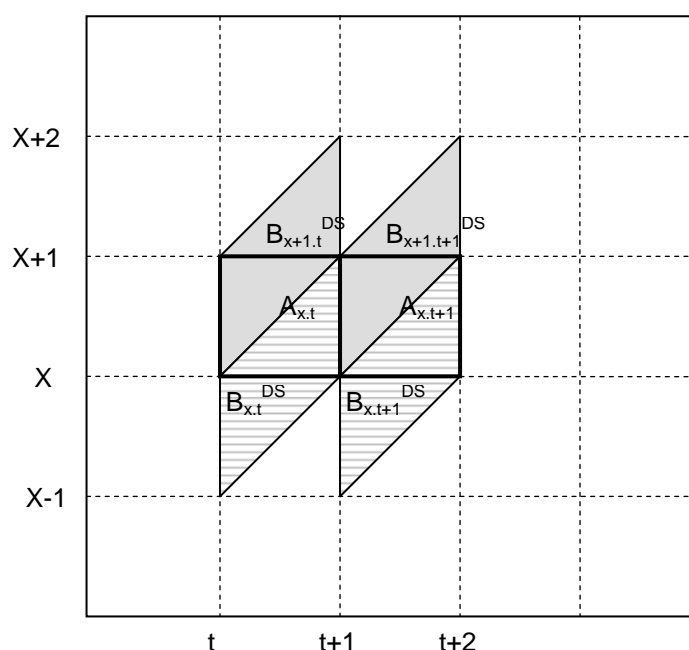
Offentliggjorte dødeligheder fra Danmarks Statistik er baseret på fire B-grupper. De i Figur 9 indtegnede B-grupper danner således udgangspunkt for data vedrørende dødelighed i Statistikbanken og vil henhøre til dødelighedstavlen dateret  $t$  til  $t + 1$ .

I udgivelsen *Befolkningens Bevægelser 2003*, Danmarks Statistik s. 254 beskrives, hvorledes data figurerende i dødelighedstavlerne fremkommer fra de fire grupper. For  $x$ -årige beregnes dødeligheden i tavlen  $t$  til  $t + 1$  som følger. Først beregnes en dødshyppighed for  $B_{x,t}^{DS}$  og  $B_{x,t+1}^{DS}$  under ét som summen af de døde i de to grupper divideret med det samlede antal  $x-1$ -årige primo år  $t$  og primo år  $t + 1$ . På tilsvarende vis beregnes dødshyppigheden samlet for  $B_{x+1,t}^{DS}$  og  $B_{x+1,t+1}^{DS}$ , hvor der divideres med antallet af  $x$ -årige primo år  $t$  og primo år  $t + 1$ . Dødshyppigheden for  $x$ -årige konstrueres slutteligt som gennemsnittet over de to beregnede hyppigheder.

---

<sup>13</sup> Alternativt kunne man først have udglattet dødelighederne over tid og efterfølgende have beregnet restlevetiden. Idet restlevetid ikke er en lineær transformation af dødelighederne, er der ikke en entydig korrespondance mellem de to fremgangsmåder. For praktiske formål er forskellen dog begrænset. Med de her anvendte data er der kun en afvigelse på femte decimal i restlevetiden.

**Figur 9. Datakonventioner i HMD (A-grupper) og Danmarks Statistik (udglattede B-grupper)**



Af Figur 9 fremgår også hvorfor gennemsnittet af A-grupperne  $A_{x,t}$  og  $A_{x,t+1}$  er en rimelig approksimation til dødsfrekvensen for en  $x$ -årig som denne fremgår af Danmarks Statistiks dødelighedstavle dateret  $t$  til  $t + 1$ . Denne udglatning af A-grupper er gennemført for samtlige aldersgrupper, der indgår i estimation og fremskrivning af dødelighederne og dateres i offentliggørelsen  $t+1$ .

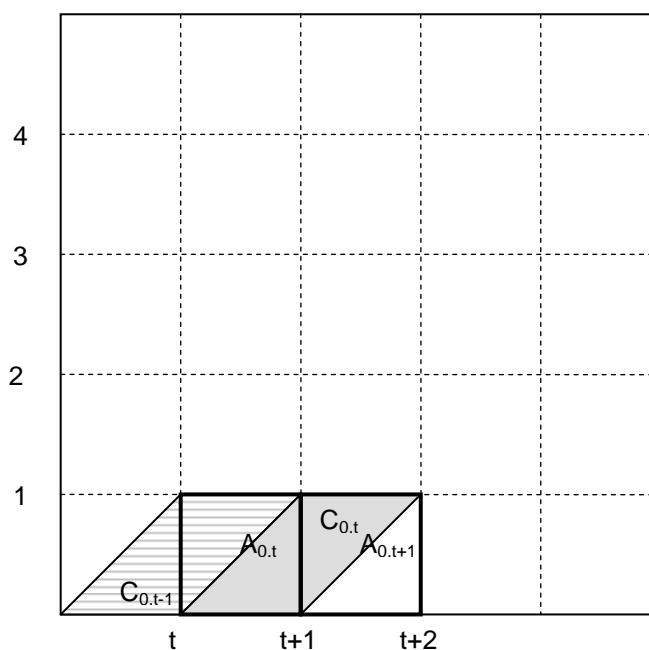
Dog baseres Danmarks Statistik offentliggørelse af dødeligheden for 0-årige sig på C-grupper. Man kan derfor ikke umiddelbart sammenligne dødeligheden for 0-årige i rapporteringen til befolkningsfremskrivningen med Danmarks Statistiks tal.

Definition: En dødelighed for alder  $x$  opgjort på C-grupper måler hvor mange personer, som opnår alderen  $x$  i løbet af år  $t$ , der er døde inden de bliver  $x+1$  år.

Således er dødsfrekvensen for 0-årige i dødelighedstavlen dateret  $t:t+1$  beregnet fra de i figur 3 indtegnede C-grupper, der fremstår som vandretpositionerede parallelogrammer.

Dødsfrekvensen for de to C-grupper benævnt henholdsvis  $C_{0,t-1}$  og  $C_{0,t}$  beregnes under et som det samlede antal døde i de to grupper divideret med det samlede antal levendefødte i årene  $t-1$  og  $t$ .

**Figur 10. Datakonventioner i HMD (A-grupper) og Danmarks Statistik vedrørende 0-årige (udglattede C-grupper)**



Det fremgår, at gruppen  $A_{0,t}$  umiddelbart virker som en mere oplagt approksimation til Danmarks Statistiks dødsfrekvens for 0-årige end den der anvendes i denne rapportering af denne fremskrivning, og som fremkommer ved udglatning af A-grupperne  $A_{0,t}$  og  $A_{0,t+1}$ .

#### 4.9 Definition af restlevetid

Her vil vi præsentere den anvendte definition af restlevetid. Metoden er konsistent med generelle demografiske metoder til beregning af dødelighedstavler, der anvendes af både Danmarks Statistik og HMD. Vi benytter data på A-grupper fra HMD og Lee-Carter fremskrivninger. For at opnå konsistens med DSTs dødelighedstavler for mellevelevetid beregnes for en given alder gennemsnittet af dødeligheden over 2 år, hvilket i tråd med Danmarks Statistik betegnes  $t:t+1$

$$q_{x,t:t+1} = \frac{1}{2}q_{x,t} + \frac{1}{2}q_{x,t+1}$$

Sandsynligheden for at overleve fra alder  $x$  til  $x+1$  er

$$p_{x,t:t+1} = 1 - q_{x,t:t+1}$$

For enhver tidsperiode,  $t:t+1$ , kan restlevetiderne beregnes iterativt efter nedenstående formel. Det antages at det findes en alder,  $X$ , der definerer en øvre grænse for hvor gammelt et individ kan blive. Dette betyder at for alle aldre  $x \geq X$ , da er dødeligheden  $q_{x,t:t+1} = 1$ , hvilket svarer til at sandsynligheden for at overleve er  $p_{x,t:t+1} = 0$ . For aldersklasse 0 indgår  $\lambda$ , der er en kønsafhængig konstant, som er mindre end 0,5 og således netop angiver, at spædbørn, der ikke overlever, har tendens til at dø inden for et halvt år af deres første leveår. For mænd er anvendt  $\lambda = 0.111$ , mens størrelsen for kvinder er  $\lambda = 0.112$ <sup>14</sup>.

$$\begin{cases} e_{X,t:t+1} = \frac{1}{2} \\ e_{x,t:t+1} = q_{x,t:t+1} \cdot \frac{1}{2} + (1 - q_{x,t:t+1}) \cdot (1 + e_{x+1,t:t+1}) \\ e_{0,t:t+1} = q_{0,t:t+1} \cdot \lambda + (1 - q_{0,t:t+1}) \cdot (1 + e_{1,t:t+1}) \end{cases}$$

Indholdet i denne formel forstås givetvist bedst ved at se på de ekstreme tilfælde, hvor dødeligheden  $q_{x,t:t+1}$  måtte være henholdsvis 0 og 1. Såfremt individet dør i tidsperiode  $t:t+1$ , svarende til at  $q_{x,t:t+1} = 1$ , da vil restlevetiden for den pågældende aldersgruppe være et halvt år, idet det antages, at man dør ligeligt fordelt over året. Mens hvis individet overlever til næste tidsperiode, svarende til at  $q_{x,t:t+1} = 0$ , da kan det se frem til at leve yderligere et år tillagt restlevetiden for en et år ældre aldersgruppe.

Det er muligt at løse dette sæt af differensligninger. Lad  $E_{x,t:t+1} = e_{x,t:t+1} - \lambda_x$ , da kan ovenstående ligning skrives som

$$E_{x,t:t+1} + \lambda_x = q_{x,t:t+1} \cdot \lambda_x + (1 - q_{x,t:t+1}) \cdot (1 + E_{x+1,t:t+1} + \lambda_x)$$

hvor  $\lambda_x = \frac{1}{2}$  for  $x > 0$  og  $\lambda_x = \lambda$  for  $x = 0$ .

Da  $p_{x,t:t+1} = 1 - q_{x,t:t+1}$  kan dette skrives som

$$E_{x,t:t+1} = p_{x,t:t+1} (1 + E_{x+1,t:t+1})$$

---

<sup>14</sup> Disse tal er i overensstemmelse med Danmarks Statistiks, som disse er angivet i Befolkningens bevægelser 2001 s. 243. Størrelserne varierer årligt, men ændringerne har blot marginal betydning. Fastholdelse af disse konstanter relativt til sidste befolkningsfremskrivning muliggør en sammenligning mellem middellevetiderne, hvor forskelle ikke kan tilskrives ændringer i denne konstant.

Ved at indsætte iterativt fås at for  $E_{0,t:t+1}$ , da kan det udtrykkes på følgende måde

$$E_{o,t:t+1} = \sum_{s=0}^{x-1} \prod_{v=0}^s p_{v,t:t+1} + E_{x,t:t+1} \prod_{v=0}^{x-1} p_{v,t:t+1}$$

Definer nu sandsynligheden for stadig at være i live i alder  $x$ . For et fiktivt individ, der gennemlever hele sine livscyklus i én fast tidsperiode  $t:t+1$ , dvs. gennemlever alle aldre og dertilhørende dødeligheder i tidsperiode  $t:t+1$ , da er sandsynligheden for stadig at være i live i alder  $x$  er givet ved

$$l_{x,t:t+1} = \prod_{i=0}^{x-1} p_{i,t:t+1}$$

Således kan ligning udtrykkes ved

$$E_{o,t:t+1} = \sum_{s=1}^x l_{s,t:t+1} + E_{x,t:t+1} l_{x,t:t+1}$$

Da der eksisterer  $X$  således at  $e_{X,t:t+1} = \frac{1}{2}$ , hvilket er ensbetydende med at  $E_{X,t:t+1} = 0$ , da følger det at  $E_{o,t:t+1}$  kan beregnes som

$$E_{o,t:t+1} = \sum_{s=1}^X l_{s,t:t+1} + E_{X,t:t+1} l_{X,t:t+1} = \sum_{s=1}^X l_{s,t:t+1}$$

Ved at indsætte denne værdi for  $E_{o,t:t+1}$  i den forrige ligning fås

$$\sum_{s=1}^X l_{s,t:t+1} = \sum_{s=1}^x l_{s,t:t+1} + E_{x,t:t+1} l_{x,t:t+1}$$

Hvilket medfører at  $E_{x,t:t+1}$  kan udtrykkes som

$$E_{x,t:t+1} = \frac{\sum_{s=1}^X l_{s,t:t+1} - \sum_{s=1}^x l_{s,t:t+1}}{l_{x,t:t+1}} = \frac{\sum_{s=x+1}^X l_{s,t:t+1}}{l_{x,t:t+1}}$$

Da  $E_{x,t:t+1} = e_{x,t:t+1} - \lambda_x$  følger det at restlevetiden for en person med alder  $x$  er

$$e_{x,t:t+1} = \lambda_x + \frac{\sum_{s=x+1}^X l_{s,t:t+1}}{l_{x,t:t+1}} = \frac{\lambda_x l_{x,t:t+1} + \sum_{s=x+1}^X l_{s,t:t+1}}{l_{x,t:t+1}} = \frac{\sum_{s=x}^X \lambda_s l_{s,t:t+1} + (1 - \lambda_x) l_{x,t:t+1}}{l_{x,t:t+1}}$$

Definer det forventede antal personår levet i aldersintervallet  $[x, x+1)$  ved

$$\begin{cases} L_{x,t,t+1} = \frac{1}{2}l_{x,t,t+1} + \frac{1}{2}l_{x+1,t,t+1} & \text{for } x > 0 \\ L_{0,t,t+1} = \lambda l_{0,t,t+1} + (1-\lambda)l_{1,t,t+1} & \text{for } x = 0 \end{cases}$$

for  $x=0, 1, \dots, X-1$  og for  $x=X$  gælder at  $L_{X,t,t+1} = l_{X,t,t+1} \cdot a_x$ , hvor  $a_{+110} \approx 1,4$  i historiske beregninger fra HMD.

Da kan den forventede restlevetid for en person med alder  $x$  udtrykkes ved

$$e_{x,t,t+1} = \frac{\sum_{s=x}^X L_{s,t,t+1}}{l_{x,t,t+1}}$$

for  $x=0, 1, \dots, X$ .

Antallet forventet tilbageværende personår for et individ med alder  $x$  er

$$T_{x,t,t+1} = \sum_{i=x}^{X-1} L_{i,t,t+1} + L_{X,t,t+1}$$

for  $x=0, 1, \dots, X-1$  og for  $x=X$  gælder at  $T_{X,t,t+1} = L_{X,t,t+1}$ .

Forventet restlevetid for alder  $x$  er

$$e_{x,t,t+1} = \frac{T_{x,t,t+1}}{l_{x,t,t+1}}$$

for  $x=0, 1, \dots, X$ .

HMD benytter en alternativ definition af forventet restlevetid, der bygger på sandsynligheden for at overleve indtil alder  $x$ , men ikke til alder  $x+1$ , dvs. dø i alder  $x$ , der er defineret ved

$$d_{x,t,t+1} = l_{x,t,t+1} \cdot q_{x,t,t+1}$$

for  $x=0, 1, \dots, X-1$  og for  $x=X$  gælder at  $d_{X,t,t+1} = l_{X,t,t+1}$ . Da kan  $L_{x,t,t+1}$  alternativt skrives på følgende måde

$$\begin{cases} L_{x,t,t+1} = l_{x,t,t+1} - \frac{1}{2}d_{x,t,t+1} & \text{for } x > 0 \\ L_{0,t,t+1} = l_{0,t,t+1} - (1-\lambda)d_{0,t,t+1} & \text{for } x = 0 \end{cases}$$

Idet der gælder at

$$\begin{aligned}
L_x &= l_x - (1-\lambda)d_x = l_x - (1-\lambda)l_x \cdot q_x = \prod_{i=0}^{x-1} p_i - (1-\lambda) \prod_{i=0}^{x-1} p_i \cdot q_x \\
&= \lambda \prod_{i=0}^{x-1} p_i + (1-\lambda) \prod_{i=0}^{x-1} p_i \cdot (1-q_x) = \lambda \prod_{i=0}^{x-1} p_i + (1-\lambda) \prod_{i=0}^{x-1} p_i \cdot p_x \\
&= \lambda \prod_{i=0}^{x-1} p_i + (1-\lambda) \prod_{i=0}^x p_i = \lambda l_x + (1-\lambda)l_{x+1}
\end{aligned}$$

Det ses således, at vores definition af forventet restlevetid er konsistent med både Danmarks Statistik og HMD.

Det er altså blevet vist, at når forventet restlevetid defineres ved

$$\begin{cases}
e_{x,t,t+1} = \frac{1}{2} \\
e_{x,t,t+1} = q_{x,t,t+1} \cdot \frac{1}{2} + (1-q_{x,t,t+1}) \cdot (1+e_{x+1,t,t+1}) \\
e_{0,t,t+1} = q_{0,t,t+1} \cdot \lambda + (1-q_{0,t,t+1}) \cdot (1+e_{1,t,t+1})
\end{cases}$$

og der findes en maksimal levealder  $X$ , da kan den forventede restlevetid for en person med alder  $x$  beregnes ved følgende formel uden at man eksplicit kender  $X$

$$e_{x,t,t+1} = \frac{T_{x,t,t+1}}{l_{x,t,t+1}}$$

for  $x=0,1,\dots,X$ , hvor  $X$  sættes til aldersklasse +110-årige, ligesom det er tilfældet for HMD.

Definitionen af restlevetiden illustrerer tydeligt afhængigheden mellem restlevetid for aldersgruppe  $x$  og dødeligheden for aldersgrupperne  $x$  og ældre. Samtidig kan det bemærkes, at udviklingen i restlevetiden i kraft af værende en ikke-lineær transformation af dødelighederne, vil være præget af antagelsen om en eksponentiel udvikling i sidstnævnte.

Det skal samtidig præciseres at forventet restlevetid er et demografisk begreb, der ikke relaterer til hvor gamle eksisterende personer forventes at blive. Begrebet giver et stationært billede af hvilken alder et fiktivt individ, der gennemlever hele sin livscyklus i en tidsperiode  $t:t+1$ , kan forventes at blive.

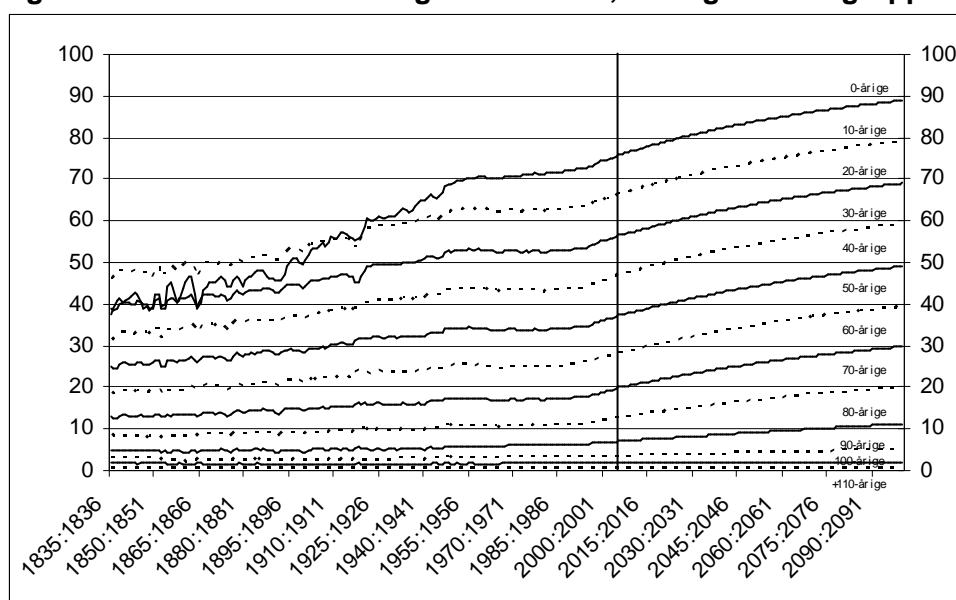
Bemærk, at en konstant årlig reduktion i logaritmen til de aldersbetingede dødeligheder, som er resultatet af en fremskrivning med Lee-Carter, vil have tendens til at føre til en faldende vækst i middellevetiden, fordi dødelighedernes niveau gradvist reduceres, hvilket betyder, at reduktionen i antallet af døde især koncentrerer sig i de højere aldre, hvilket ikke giver en

tilsvarende stigning i ekstra leveår som en reduktion i dødeligheden blandt unge. Middellevetidsvæksten vil derfor have en tendens til at være faldende over tid, jf. Lee(2001). Dette betyder, at Lee-Carter metoden ikke reproducerer den lineære stigning i middellevetiden, som findes i den nævnte reference af Oeppen & Vaupel (2002).

#### 4.10 Restlevetidsudviklingen for mænd

Restlevetidsudviklingen for mænd i aldersgrupperne 0, 10, ..., 100, +110 år fra 1835 og fremefter fremgår af Figur 11. Da restlevetiden netop er en sammenvejning af dødelighederne på et givet tidspunkt, vil brud i trenden i dødelighederne på et givet tidspunkt indebære et tilsvarende brud i udviklingen i restlevetiden. Derfor er der i den historiske udvikling i restlevetiden for mænd to tydelige brud svarende til de brud, der blev identificeret i udviklingen i dødelighederne.

**Figur 11. Restlevetidsudviklingen for mænd, udvalgte aldersgrupper**



Den historiske udvikling i restlevetiden for mænd kan derfor opdeles i 3 adskilte perioder karakteriseret ved forskellige vækstrater for alle aldersgrupper.

Den første periode indtil 1953 er karakteriseret ved en betydelig vækst i den mandlige restlevetid. Vækstraten er stort set den samme for alle aldersgrupper fra 10-årige og derover. For disse aldersgrupper ligger væksten på ca. 0,3 pct. pr. år. Målt absolut er væksten i restlevetiden derfor aftagende med alderen for aldersgrupperne. Middellevetidsvæksten skiller sig ud på grund af et betydeligt større fald i spædbørnsdødeligheden end i dødeligheden for de øvrige aldersgrupper. Stigningen i middellevetiden er derfor omkring 30 pct. i perioden fra 1904



til 1953, eller omtrent dobbelt så høj en vækst som de øvrige aldersgrupper. Udviklingen svarer til en gennemsnitlig årlig stigning i middellevetiden på 0,5 pct. Det bemærkes, at der for de yngre aldersgrupper er et betydeligt knæk i væksten omkring 1918. Det er konsekvenserne af den spanske syge i 1918, der er årsagen til dette.

Den anden periode – lavvækstperioden – strækker sig fra omkring 1953 til 1995. I denne periode er der stort set ikke vækst i restlevetiden for aldersgrupperne fra 10 til 70 år. Vækstraten for den 40-årige periode ligger samlet på omkring 1,5 pct. for disse aldersgrupper (svarende til en gennemsnitlig årlig vækst på 0,04 pct.). Selvom der også er en meget betydelig opbremsning i væksten i middellevetiden er vækstraten i denne på omkring 5 pct. over den godt 40-årige periode (svarende til en gennemsnitlig årlig vækst på 0,1 pct.). For de ældste aldersgrupper er faldet i vækstraten mindre og ligger f.eks. for 80-årige på 8 pct. over perioden

Den tredje og sidste periode er den nuværende og strækker sig foreløbigt fra 1995 til 2006. I denne periode er restlevetiden for alle aldersgrupper (bortset fra middellevetiden) vokset mere end i den foregående periode selvom den foregående periode strækker sig over en årrække, som er ca. 4 gange så lang. Det er endvidere bemærkelsesværdigt, at strukturen i væksten er ændret, således at der nu er en meget tydelig tendens til, at vækstraterne er størst for de ældre aldersgrupper. Middellevetiden for mænd er således vokset med 3,8 pct. siden 1995, restlevetiden for 20-årige mænd med 4,8 pct., restlevetiden for 50-årige mænd med 8,5 pct. og restlevetiden for 60-årige mænd med 11,2 pct. Forskellene i vækstraten betyder, at der kun er begrænsede forskelle i den absolutte vækst for de forskellige aldersgrupper. Således er restlevetiden for en 10-årig dreng vokset med 2,6 år over perioden, mens restlevetiden for en 60-årig mand er vokset med 2,0 år.

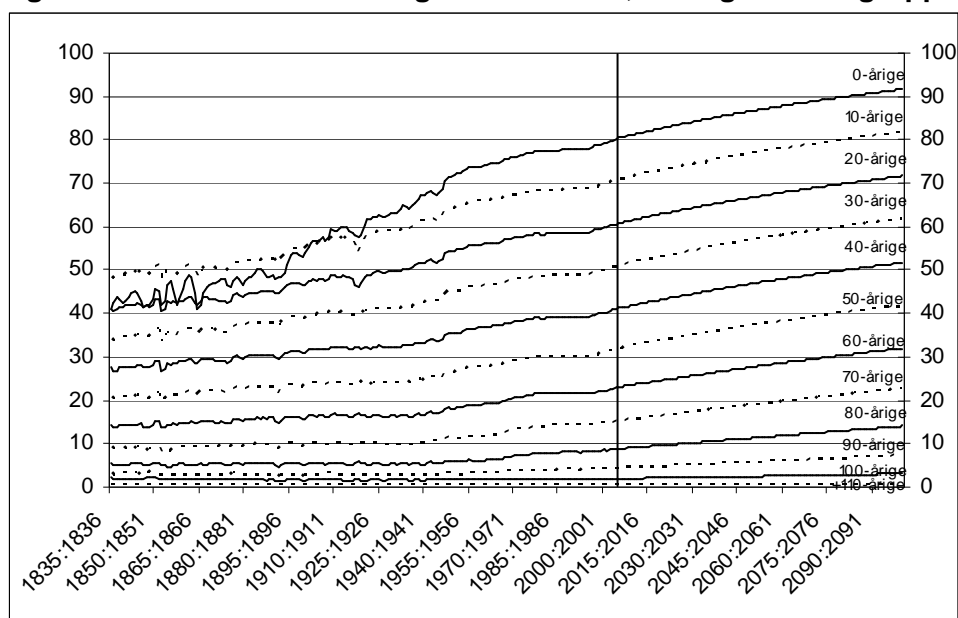
På basis af de internationale sammenligninger er der ligeledes belæg for, at restlevetidsudviklingen for mænd igennem de sidste 100 år kan opdeles i tre faser. Den første fase er karakteriseret ved høj og relativt ensartet vækstrate for aldersgrupperne bortset fra et ekstraordinært stort fald i spædbørnsdødeligheden. Den næste fase er karakteriseret ved stort set 0-vækst for de fleste aldersgrupper, men dog lidt vækst i restlevetiden for ældre og et forsat, men begrænset fald i spæd- og småbørnsdødeligheden. Den tredje fase er karakteriseret ved høj vækst for alle aldersgrupper og en tendens til, at vækstraten i restlevetiden er højest for de ældre aldersgrupper. Se DREAMs Befolkningsfremskrivning 2006 for en international sammenligning af restlevetid.

#### **4.11 Restlevetidsudviklingen for kvinder**

Svarende til beskrivelsen for mænd fremgår restlevetidsudviklingen for kvinder i aldersgrupperne 0, 10, ..., 100, +110 år fra 1835 og fremefter

fremgår af Figur 12. Udviklingen i dødelighederne for kvinder gennem det 20. århundrede opdeles i 5 adskilte perioder, som ikke er helt så markante som i mændenes tilfælde. De 5 perioder genfindes (på samme måde som hos mændene) i udviklingen i den aldersbetingede restlevetid for kvinder.

**Figur 12. Restlevetidsudviklingen for kvinder, udvalgte aldersgrupper**



Den første periode indtil 1900 er ligesom for mænd karakteriseret ved en betydelig vækst i restlevetiden. Vækstraten er stort set den samme for alle aldersgrupper fra 10-årige og derover, mens middellevetidsudviklingen igen skiller sig ud på grund af et betydeligt større fald i spædbørnsdødeligheden end i dødeligheden for de øvrige aldersgrupper.

Den anden periode varer fra 1900 - 1936 og er karakteriseret ved, at der er en meget lille vækst i restlevetiden for personer over 30 år. For de yngre aldersgrupper er der en positiv vækst, som er aftagende med alderen. Specielt spædbørnsdødeligheden er faldende og giver anledning til en vækst i middellevetiden. Vækstraten i middellevetiden for kvinder over perioden fra 1900 til 1936 er på 11 pct., mens den tilsvarende vækstrate i restlevetiden for 10-årige piger er 7 pct., for 30-årige kvinder er den 5 pct. og for 50-årige er den 2 pct. For de alder ældste aldersgrupper er der tale om et fald i restlevetiden gennem perioden. Således reduceres restlevetiden med 1 pct. for 70-årige kvinder og med 4 pct. for 80-årige kvinder.

I den tredje periode fra 1936 til 1978 er karakteriseret ved, at der er en betydelig vækst i restlevetiden for alle aldersgrupper, og at vækstraten er stigende med alderen dog med undtagelse af middellevetiden, hvor vækstraten er høj som følge af fortsat faldende spæd- og småbørnsdødelighed. I perioden fra 1936 til 1978 vokser middellevetiden

for kvinder med 20 pct., mens restlevetiden for 10-årige piger vokser med 14 pct., restlevetiden for 30-årige kvinder med 17 pct., for 60-årige kvinder med 32 pct. og for 80-årige med 45 pct.

Fjerde periode er fra 1978 til 1995 og ligesom for mænd er denne en 0-vækstperiode. I løbet af denne periode er der stort set ikke vækst i restlevetiden for kvinder i nogen aldersgrupper.

Femte og sidste periode er den nuværende, der foreløbig dækker perioden fra 1995 til 2006. I denne periode er der atter en betydelig vækst i restlevetiden for kvinder i alle aldersgrupper. Som hos mændene er der en tendens til, at vækstraten i restlevetiden vokser med alderen i denne periode. Tendensen er dog mindre udtalt end hos mændene og gør sig ikke gældende for aldersgruppen på 60 år og op efter, som har forholdsvis ensartede vækstrater. Middellevetiden for kvinder vokser 2,8 pct. fra 1995 til 2006, mens restlevetiden for 10-årige piger vokser 2,9 pct. i samme periode og det tilsvarende tal for 30-årige er 3,9 pct. For 60-årige vokser restlevetiden med 6,5 pct. i perioden og noget tilsvarende gør sig gældende for de ældre aldersgrupper.

Internationale sammenligninger peger på, at opbremsningen i væksten i levetiden for kvinder i 1970'erne, 80'erne og begyndelsen af 1990'erne er et særskilt dansk fænomen, og at den seneste periodes udvikling tyder på, at middellevetidens udviklingen igen svarer til udviklingen i de omkringliggende lande.

#### **4.12 Fremtidig udvikling i den aldersbetingede restlevetid**

Den Lee-Carter fremskrevne reduktion i aldersbetingede dødelighed over tid giver anledning til en stigning i den aldersfordelte restlevetid. Den fremtidige udvikling i aldersfordelt restlevetid er for mænd vist i Figur 11 og for kvinder i Figur 12.

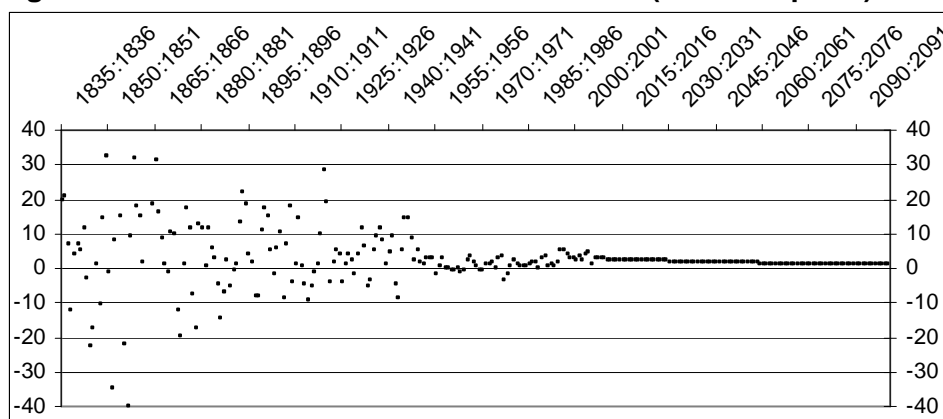
Stigningen i den aldersbetingede restlevetid er i fremskrivningen en forlængelse af de seneste års udvikling kombineret med en tendens til gradvist aftagende vækst. I det følgende fokuseres på udviklingen i restlevetiden for to udvalgte aldersgrupper: Middellevetiden, dvs. restlevetiden for en 0-årig, og restlevetiden for en 60-årig.

##### *Fremtidig udvikling for mænd*

I perioden fra 1994:1995 til 2005:2006 er middellevetiden for mænd vokset fra 72,7 år til 75,9 år, dvs. med 3,2 år. Det svarer til en gennemsnitlig årlig vækst på 3,2 måneder om året. Den samlede vækst over den 12-årige periode fra 1994:1995-2005:2006 er af samme størrelsesorden som den samlede vækst i hele perioden fra 1951:1952-1994:1995, hvor den gennemsnitlige årlige vækst på knap 0,9 måned pr. år. Udgangspunktet for væksten i den mandlige middellevetid er derfor højt.

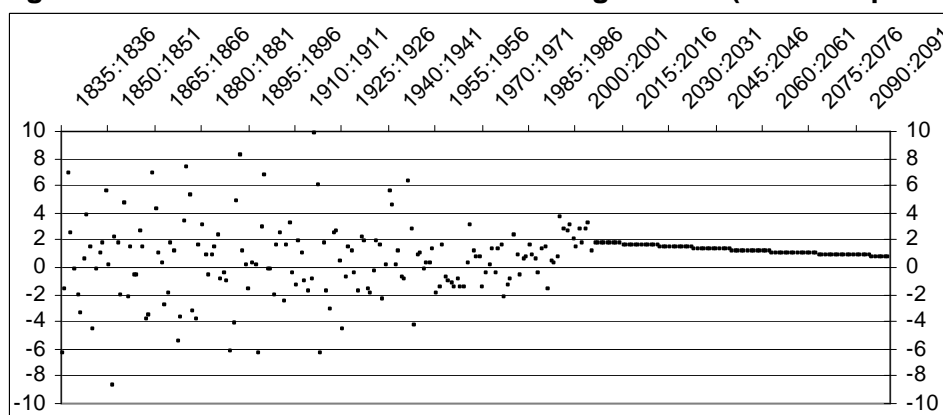
Fremskrivningen indebærer en gradvis opbremsning i denne vækst, som betyder, at det forventes, at middellevetiden vokser med yderligere 1 år frem til 2010:2011, hvor den vil være nået op på 76,9 år. I perioden fra 2010:2011 til 2020:2021 vil middellevetiden ifølge fremskrivningen vokse med yderligere 2,1 år og således nå op på 79 år i 2020:2021. Det svarer til en gennemsnitlig vækst i middellevetiden på 2,5 måneder om året. Middellevetiden for mænd når op på 80 år i 2026:2027. I den efterfølgende periode vokser med knap 2 måneder om året og når således 81 år i 2032:2033 og 83,8 år i 2050:2051.

**Figur 13. Væksten i middellevetiden for mænd (måneder pr. år)**



Udviklingen i den årlige tilvækst i middellevetiden i den historiske periode fra 1950 til 1990 udviser betydelig årlig variation omkring en vækst på ca. 1,2 måneder pr. år. Efter 1990 er væksten i middellevetiden steget og har som nævnt ligget på 3,6 måneder pr. år i gennemsnit. I fremskrivningen antages, at væksten i middellevetiden gradvist reduceres gennem det 21. århundrede fra et niveau på omkring 2,76 måneder i starten til et niveau på 1,0 måneder imod slutningen af århundredet, jf. Figur 13.

**Figur 14. Væksten i restlevetiden for 60-årige mænd (måneder pr. år)**



Restlevetiden for 60-årige mænd er vokset fra 17,7 år i 1994:1995 til 19,9 år i 2005:2006. Hvilket svarer til en gennemsnitlig årlig vækst i perioden på vækst på 3,2 måneder pr. år. Det er en bemærkelsesværdig høj vækst over denne periode. For at illustrere størrelsesordenen kan det noteres, at

restlevetiden for en 60-årig mand også steg med 2,2 år i perioden fra 1916:1917 til 1994:1995. Væksten i de seneste 12 år svarer således til væksten i de foregående 79 år, hvor den gennemsnitlige vækst var på 0,33 måneder pr. år.

Resultatet af fremskrivningen er, at væksten i restlevetiden for 60-årige falder tilbage mod niveauet før 1995, men at væksten også på langt sigt forbliver højere end i perioden før 1995. Fremskrivningen indebærer, at væksten i de første år er på omkring 1,8 måneder om året – hvilket er noget lavere end de seneste 12 års gennemsnitlige vækst. Fra dette niveau falder den årlige vækst gradvist mod et langsigtet niveau på godt 0,8 måneder om året.

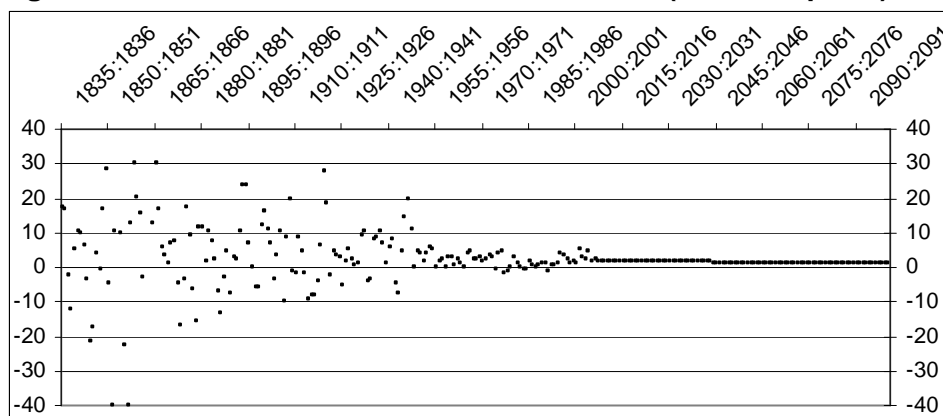
### *Fremtidig udvikling for kvinder*

I perioden fra 1994:1995 til 2005:2006 er middellevetiden for kvinder steget med 2,5 år eller gennemsnitligt med 2,5 måneder om året. Selvom det er væsentligt lavere end væksten i mændenes middellevetid i samme periode (3,2 måneder pr. år), er der også for kvinderne tale om en betydelig acceleration i væksten. Til sammenligning steg middellevetiden for kvinder også med 2,5 år over perioden fra 1967:1968 til 1994:1995. Den gennemsnitlige årlige vækst er kun på 1,1 måneder i denne periode.

Fremskrivningen indebærer, at væksten i middellevetiden i de første år er lavere end i den seneste historiske periode og ligger på ca. 2,0 måneder pr. år. Væksten reduceres gradvist gennem fremskrivningsperioden og ligger på 1,0 måned om året ved udgangen af århundredet, jf. Figur 15.

Middellevetiden vokser således fra 80,5 år i 2005:2006 til 81,3 år i 2010:2011 og 82,8 i 2020:2021. I 2050:2051 er middellevetiden for kvinder vokset til 86,7 år. Det betyder dels, at væksten i middellevetiden for kvinder frem til 2050 er mindre end for mænd og dels, at væksten ligger betydeligt under den gennemsnitlige vækst i middellevetiden for kvinder i det 20. århundrede.

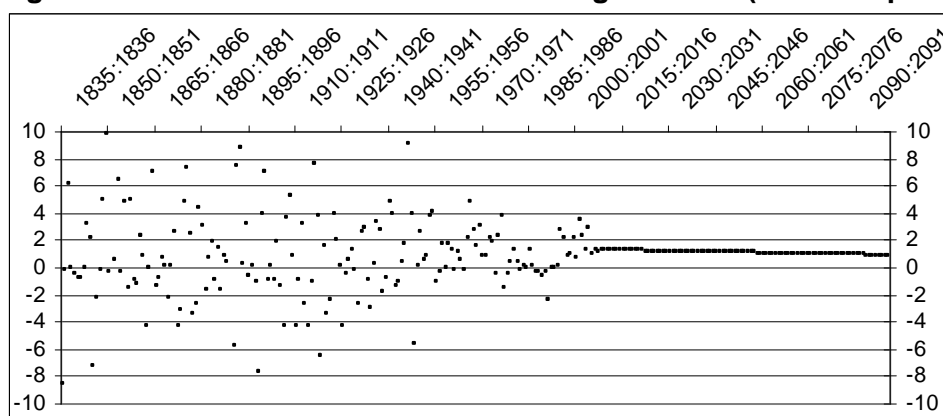
**Figur 15. Væksten i middellevetiden for kvinder (måneder pr. år)**



Ligesom for mændene er der sket en mærkbar stigning i væksten i restlevetiden for 60-årige kvinder i de seneste 12 år. I denne periode er restlevetiden vokset med 1,6 år, hvilket svarer til en gennemsnitlig stigning på 1,6 måneder om året. Til sammenligning steg restlevetiden for 60-årige kvinder også med 1,6 år i perioden fra 1967:1968 til 1994:1995. I de seneste 12 år er restlevetiden derfor vokset lige så meget som i de foregående 27 år.

Fremskrivningen indebærer, at væksten på kort sigt bliver noget lavere end i den seneste periode, men fortsat vil ligge på omkring 1,3 måneder om året, hvilket er næsten dobbelt så højt som i perioden forud for 1995. Væksten er svagt faldende over tid og er på langt sigt 0,9 måneder om året, jf. Figur 16.

**Figur 16. Væksten i restlevetiden for 60-årige kvinder (måneder pr. år)**



#### 4.13 Sammenfatning af resultater om restlevetidsstigning

Den hastigere reduktion i de aldersbetingede dødeligheder fra 1995 har betydet, at middellevetiden og specielt restlevetiden for 60-årige er vokset markant hurtigere gennem de seneste 12 år end i de foregående 40 til 50 år. Udviklingen er særligt kraftig for mænd.

Tilsvarende stigninger i vækstraten for levetiden er indtrådt omkring 1980 i de øvrige nordiske lande og en række andre vestlige lande. I disse lande har de højere vækstrater været fastholdt i den mellemliggende periode. Vækstraten i Danmark er fra 1995 på niveau med de øvrige vesteuropæiske lande, jf. DREAMs Befolkningsfremskrivning 2006.

På denne baggrund er det valgt opfatte ændringen i 1995 som et strukturelt brud og derfor basere estimationen af de aldersbetingede dødeligheder på en kort data-serie fra 1990. Det betyder, at fremskrivningen på det korte sigt får en vækstrate i restlevetiden, som ligger i underkanten af væksten i de seneste 12 år, og som gradvist

reduceres til et niveau, der svarer til den langsommere vækst i perioden fra 1950-1995.

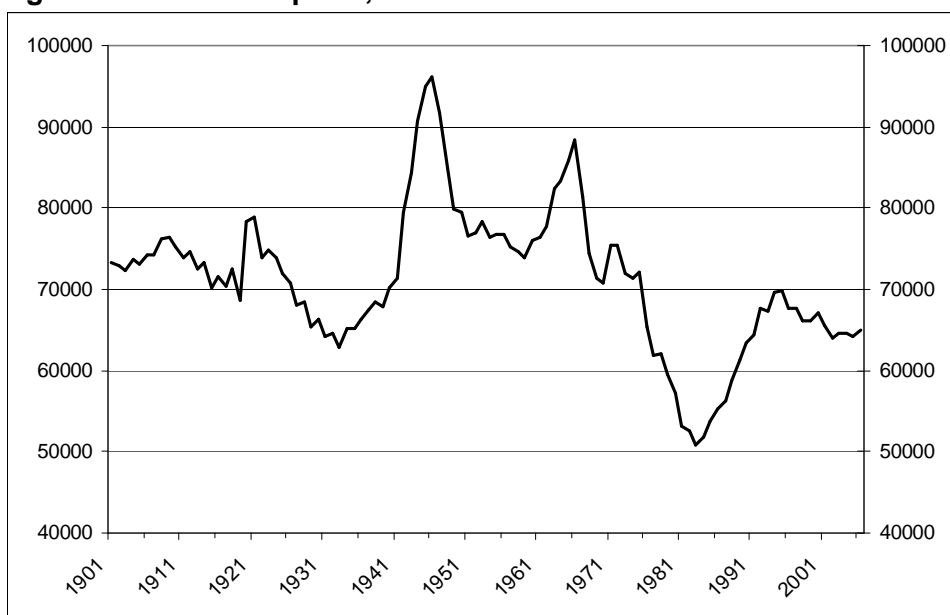
Denne fremskrivning betyder en svag opjustering i den forventede vækst i den aldersbetingede restlevetid i forhold til sidste års fremskrivning, som ligeledes var baseret på en dataserie fra 1990. Dette skyldes at det nye dataår 2006 med høj vækst hæver gennemsnitsniveauet for perioden.

## 5. Fødsler og Fertilitet

### 5.1 Historisk udvikling i fødsler og fertilitet

Størrelsen af fødselsårgangene har varieret meget betydeligt gennem det 20. århundrede. Største årgang (1946) er med godt 96.000 fødsler omtrent dobbelt så stor som mindste årgang (1983) med knap 51.000 fødsler. De største årgange – på mere end 80.000 fødsler – findes i perioden fra 1943-50 og blandt disse generationers børn i 1963-67. De mindste årgange på under 60.000 findes i perioden 1979-88, Figur 17.

**Figur 17. Antal fødte pr. år, 1901-2005**



Årsagen til variationen i størrelsen af fødselsårgangene er dels variation i antallet af kvinder i den fødedygtige alder og dels variation i den samlede fertilitet.

Igennem det 20. århundrede er den samlede fertilitet – dvs. det samlede antal børn pr. kvinde i den fødedygtige alder i et givet år – faldet fra godt 4 børn pr. kvinde til et niveau i år 2000 på 1,76 barn pr. kvinde. I år 2005 er den samlede fertilitet 1,79 barn pr. kvinde.

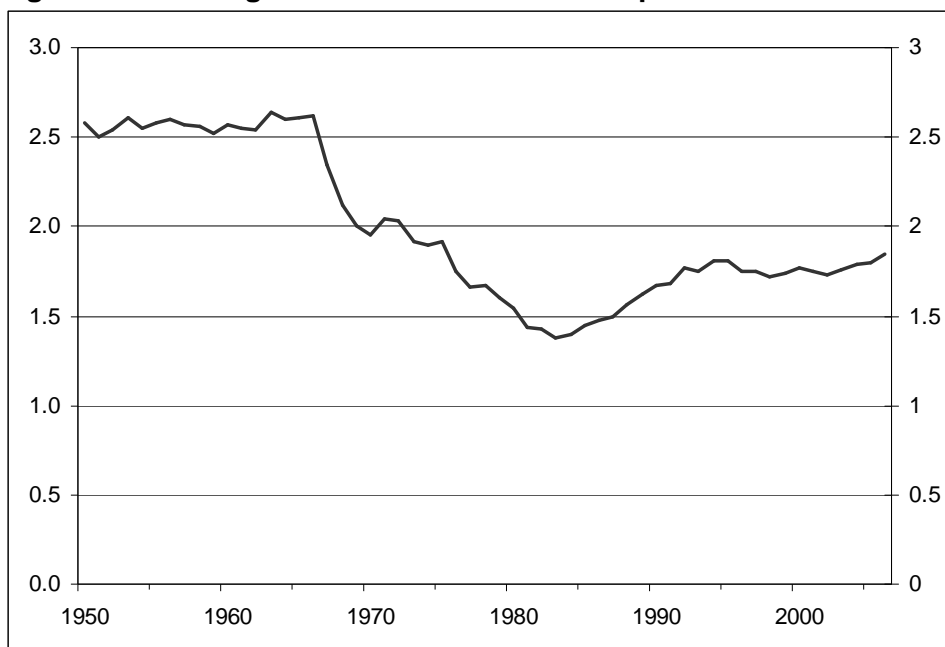
I perioden fra 1900 til 1930 skete der en meget markant reduktion i den samlede fertilitet fra godt 4 børn til godt 2 børn pr. kvinde.<sup>15</sup> Fra starten af 1940'erne til 1946 steg fertiliteten til 3,02 barn pr. kvinde for herefter at falde til omkring 2,5 barn pr. kvinde i starten af 1950'erne. Dette niveau blev fastholdt frem til 1966, hvor en ny periode med markante reduktioner i den samlede fertilitet indtrådte. Faldet fortsatte frem til 1983, hvor

<sup>15</sup> Oplysninger om fertilitet før 1950 stammer fra Danmarks Statistik (2000): "Befolkningen i 150 år"



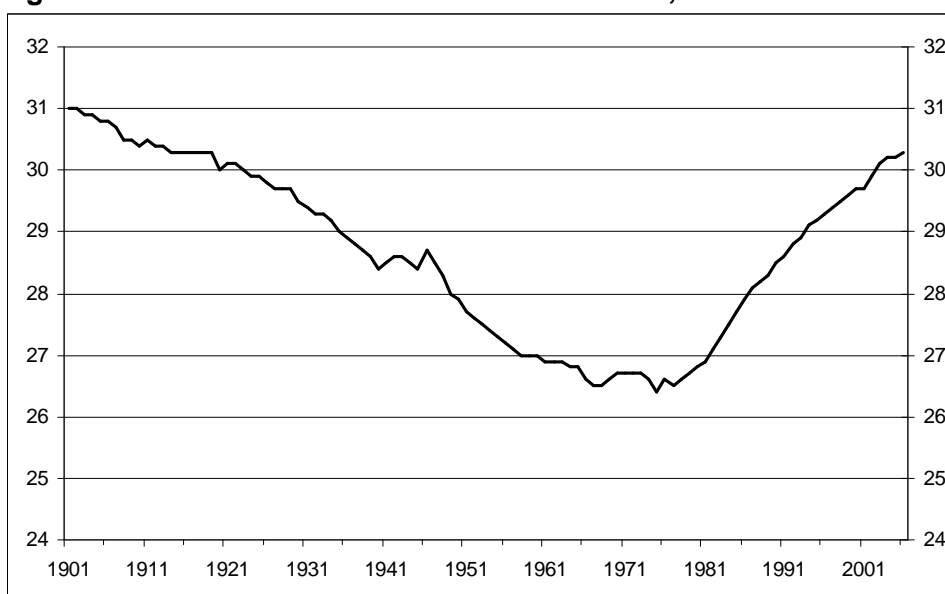
fertiliteten nåede ned på 1,37 barn pr. kvinde. Det er det hidtil laveste niveau for den samlede fertilitet i Danmark. Herefter steg fertiliteten frem til 1994, hvor den nåede et niveau på 1,80 barn pr. kvinde. Herefter har fertiliteten svinget mellem 1,7 og 1,8 barn pr. kvinde, jf. Figur 18.

**Figur 18. Udviklingen i den samlede fertilitet i perioden 1950 – 2005**



De meget store årgange i 1940'erne hænger således i meget høj grad sammen med, at fertiliteten i denne periode var ekstraordinært høj. De store årgange fra starten af 1960'erne er derimod alene en ekkovirkning af de store generationer fra 1940'erne, idet fertiliteten i denne periode var

**Figur 19. Gennemsnitsalder for fødende kvinder, 1901-2006**



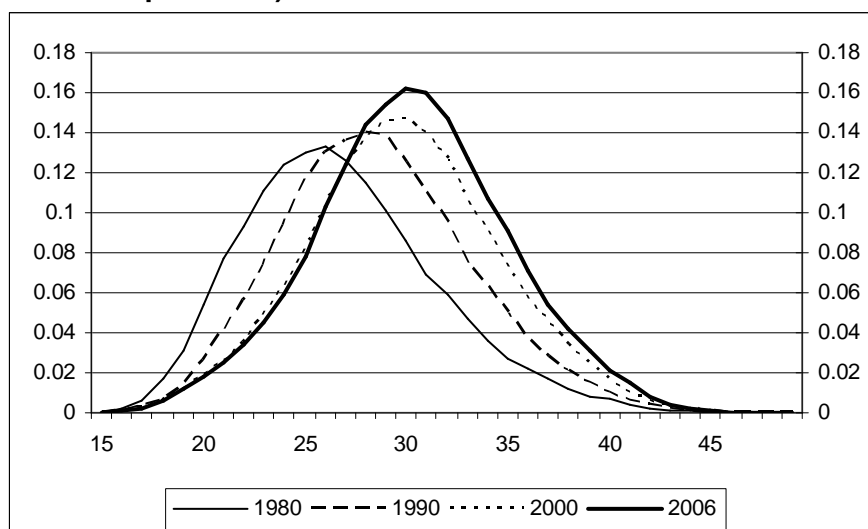
forholdsvis konstant. De meget små generationer i 1980'erne er en kombination af, at årgangene i 1950'erne ikke var store som i 1940'erne og at disse årgange også havde en lavere fertilitet.

Den relativt beskedne ændring i den samlede fertilitet i de seneste år dækker over en betydelig forskydning i den aldersfordelte fertilitet. Der er en klar tendens til at moderens alder ved fødslen er voksende, jf. Figur 19.

Frem til 1975 var der tale om en gradvist faldende gennemsnitsalder for fødende kvinder. I de første 75 år af århundredet faldt gennemsnitsalderen med 4,5 til 26,4 år. I den sidste fjerdedel af århundredet har gennemsnitsalderen derimod været markant stigende og er i 2005 på 30,2 år, hvilket er næsten lige så højt som ved starten af det 20. århundrede.

Stigningen i gennemsnitsalderen for fødende kvinder igennem de seneste 30 år er karakteriseret ved, at hele aldersfordelingen forskydes. Således har der været et betydeligt fald i den aldersbetingede fertilitet op til det 25. år, mens der har været en endnu større stigning i den aldersbetingede fertilitet for kvinder over 25. år. Bevægelsen er sket gradvist gennem perioden, jf. Figur 20. Eggert og Jørgensen (2007) viser hvorledes den aldersbetingede fertilitet kan beskrives ved en gammafordeling, der i de sidste 10 år er konvergeret mod en normalfordeling.

**Figur 20. Aldersbetinget fertilitet i 1980, 1990, 2000 og 2006 (kvinder af dansk oprindelse)**



## 5.2 Metode til fremskrivningen af aldersbetingede fertilitetskvoteinter

Fremskrivning af fertiliteten sker ved at fremskrive den aldersbetingede fertilitet for hver befolkningsgruppe. I modsætning til estimationen af dødelighederne estimeres den enkelte aldersgruppes fertilitet uafhængigt af den samlede fertilitet og derfor også uafhængigt af de øvrige aldersgruppes fertilitet. Udviklingen i den samlede fertilitet i

fremskrivningen fremkommer således som en sum af udviklingen i de enkelte aldersgruppers fertilitet.

Det er udelukkende for de tre største befolkningsgrupper, at der er tilstrækkeligt antal observationer til at kunne estimere den aldersbetingede fertilitet med et-års alderstrin. De tre grupper er: Personer med dansk oprindelse, *da*, indvandrere fra mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab, *iln* og indvandrere fra mere udviklede lande uden dansk statsborgerskab, *imn*. For disse grupper uddrages for hver alder mellem 15 og 49 år trenden af den historiske udvikling i fertiliteten og den aldersbetingede fertilitet fremskrives ved hjælp af disse trends.

De resterende befolkningsgrupper er små. Det er problematisk at fremskrive fertiliteten for disse befolkningsgrupper af to grunde. Dels fordi de er små, hvilket giver en betydelig statistisk usikkerhed, dels fordi de kvindelige medlemmer af efterkommergrupperne hovedsageligt er under 25 år, hvilket betyder, at det er vanskeligt/umuligt at skønne over den aldersbetingede fertilitet for den ældste halvdel af den fødedygtige alder på grund af manglende data. Derfor sammenlignes den aldersbetingede fertilitetsprofil for hver enkelt af de små befolkningsgrupper med den tilsvarende aldersbetingede fertilitetsprofil for de 3 store grupper. Ved hjælp af lineær regressionsanalyse estimeres de små befolkningsgruppers aldersbetingede fertilitet som et vejret gennemsnit af de tre store gruppers aldersbetingede fertilitet. Herefter fremskrives den aldersbetingede fertilitet for de små befolkningsgrupper på grundlag af fremskrivningerne af de 3 store gruppers aldersbetingede fertilitet.

De fundne estimater for den aldersbetingede fertilitet er meget afhængige af de seneste observerede dataår. Dette gør at estimaterne kan betragtes som det bedste bud på den kortsigtede udvikling i fertilitet. Metodens langsigtede estimater kan dog ændres meget hver gang der tilføjes nye dataår, hvilket er u hensigtsmæssigt, idet et ekstra dataår ikke burde have meget betydning for den langsigtede udvikling. Derfor indføres en vægtning, der gør at kortsigtede estimater for fertilitet konvergerer mod et langsigtsniveau, der ikke afhænger af det nyeste dataår.

### 5.3 Estimation af den aldersbetingede fertilitet for de store grupper

Trenden i den aldersbetingede fertilitet udledes ved anvendelse af en metode benævnt *Cubic Spline Smoothing* (CSS), jf. Hyndman, King & Billah (2002).<sup>16</sup> Under givne antagelser tilpasses en speciel funktionsform til data og resultatet er en udglattet kontinuert form, der i sin simpleste version har konstant hældning i endepunkterne og dermed er de

---

<sup>16</sup> Tidligere anvendtes Smooth Transition Regression til at udlede trenden af historiske data. Denne metode indebærer, at et polynomium tilpasses udviklingen i data. Det er vurderet at denne metode er mere restriktiv end cubic spline metoden.

andenafledte her nul. Metoden er fordelagtig idet den indebærer, at et tredjegradspolynomium tilpasses mellem hvert par af datapunkter under antagelse om, at det respektive interval opdeles i delintervaller af samme længde. Mellem  $n$  datapunkter tilpasses således  $n - 1$  tredjegradspolynomier med individuelle koefficienter. Haves således datapunkterne  $(x_i, y_i)$  hvor  $i = 1, \dots, n$ , estimeres for hvert interval en funktion af formen

$$S_i(x) = a_i(x - x_i)^3 + b_i(x - x_i)^2 + c_i(x - x_i) + d_i$$

for

$$x \in [x_i, x_{i+1}]$$

Samlet omtales disse individuelle funktionssektioner som *the spline*,  $S(x)$ . Tilpasningen sker under antagelser om kontinuitet mellem de individuelle funktioner og deres første- og andenafledte:

$$S_{i-1}(x_i) = S_i(x_i)$$

$$S'_{i-1}(x_i) = S'_i(x_i)$$

$$S''_{i-1}(x_i) = S''_i(x_i)$$

Anvendes *Cubic Spline Interpolation* stilles yderligere det krav, at  $S(x)$  skal gå i gennem samtlige datapunkter. Således opnås ikke en udglattet funktion, men derimod en funktionsform, der fluktuerer kraftigt. I nærværende situation er man netop interesseret i en udglattet form, hvorfor der i tilpasningen slækkes på kravet om gennemløb af samtlige datapunkter. Kravet erstattes af kriterier om, at funktionen kommer tæt på data og at denne samtidig udviser begrænset fluktuation eller kurvatur. Afstanden til data måles som summen af de kvadratiske afvigelser mellem  $y_i$  og  $S(x_i)$ :

$$D = \sum_{i=1}^n (S(x_i) - y_i)^2$$

$D$  er oplagt mindst når  $S(x_i)$  gennemløber alle datapunkter. Dette indbefattede som nævnt voldsom kurvatur, hvilken måles som den integrerede værdi af den andenafledte spline:

$$\int |S''(x)|^2 dx$$

Denne størrelse er minimal, når den andenafledte er nul, dvs.  $S(x)$  er dermed en ret linie. Dette ville formodentligt resultere i en høj værdi for afstandsmålet  $D$ , hvis minimum jo er forbundet med en høj grad af kurvatur. Kravet til tilpasningen af  $S(x)$  er derfor givet som en kombination

af de to mål. Under kravene om kontinuitet søges derfor følgende udtryk minimeret

$$W = D + \alpha \int |S''(x)|^2 dx$$

hvor

$\alpha$  angiver den vægt, der pålægges afstandskravet. Er  $\alpha$  lille vil minimering af  $W$  medføre, at  $S(x)$  ligger tæt på de faktiske data. Parameteren bestemmes her automatisk ved minimering af det såkaldte *Generalized Cross Validation* (GCV) kriterium<sup>17</sup>.

Efter estimation af  $S(x)$  noteres hældningen mellem de to sidste punkter i splinen samt værdien i endepunktet, dvs.  $S(x_n)$ , hvilket angiver henholdsvis retningen og udgangspunktet for fremskrivningen.

Fremskrivningen foregår ved anvendelse af funktionen  $f(t) = \exp\left(\frac{at+b}{t+c}\right)$ .

Parameteren  $c$  er den såkaldte tilpasningshastighed for fremskrivningen, som er fastsat til 5. Denne parameter er et udtryk for, hvor hurtigt udviklingen i fertiliteten stabiliseres. En værdi på 5 indikerer, at havde udviklingen i fertiliteten fortsat lineært fra splinens endepunkt med den her beregnede hældningskoefficient, ville fertiliteten stabiliseres efter fem perioder.

Generelt indebærer en lav værdi af  $c$ , at udviklingen stabiliseres relativt hurtigt, idet afstanden til det for dette  $c$  gældende stabile niveau er rimelig kort. Et større  $c$  betyder at det stabile niveau afviger mere fra det sidste år i datagrundlaget. Samtidig vil et større  $c$  betyde en langsommere tilpasning til det stabile niveau.

Således indikerer størrelsen af  $c$  altså ikke hastigheden for tilpasning til et for alle værdier af  $c$  gældende langsigtsniveau, men derimod hastigheden af tilpasning til en individuel stabil tilstand i fald udviklingen havde været lineær. At funktionen  $f$  er sammensat af en eksponential- og potensfunktionen betyder, at udviklingen i fertiliteten netop ikke vil være lineær, hvilket resulterer i en over tid langsommere tilpasning til det stabile niveau.

Koefficienterne  $a$  og  $b$  bestemmes således, at såvel hældningen,  $f'(t)$ , som funktionsværdien,  $f(t)$ , i det sidste data punkt svarende til  $t = 0$ , er sammenfaldende med henholdsvis hældningen mellem splinens sidste to

---

<sup>17</sup> Se eksempelvis Burrage, Williams, Erhel & Pohl (1994) for en teoretisk specificering af denne almindeligt anvendte fremgangsmåde til fastlæggelse af parameteren  $\alpha$ . Papiret tager udgangspunkt i Wahbas originalfremstilling fra 1979.

punkter og værdien i dennes endepunkt. Med andre ord bestemmes  $a$  og  $b$  så

$$\begin{aligned}f(0) &= S(0) \\ f'(0) &= S'(0)\end{aligned}$$

hvor

$t = x_n = 0$  svarer til sidste historiske år. Dette medfører, at

$$\begin{aligned}a &= \frac{S'(0) \cdot c}{S(0)} + \ln(S(0)) \\ b &= c \cdot \ln(S(0))\end{aligned}$$

Med fastlæggelse af disse koefficienter kan fremskrivningen af de aldersafhængige fertilitetskvotienter gennemføres ved simpel indsættelse i fremskrivningsfunktionen  $f(t)$ .

Metoden anvendes som nævnt for befolkningsgrupperne personer af dansk oprindelse og indvandrere fra henholdsvis mere og mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab. Der estimeres på data for perioden 1981-2006. For hver af de tre befolkningsgrupper fremskrives fertilitetskvotienterne for de 15-49-årige således ved at anvende *cubic spline smoothing* på hver enkel aldersgruppe. Kvotienterne fremskrives ved anvendelse af formlen indtil 2100. Det svarer til den metode, der blev anvendt i befolkningsfremskrivningen for Velfærdfærdskommissionen og DREAMs Befolkningsfremskrivning 2006.

#### 5.4 Bestemmelse af fertilitetskvotienter for de øvrige befolkningsgrupper

Fremskrivning af fertilitetskvotienter for de øvrige befolkningsgrupper gennemføres grundet det tynde datamateriale ved en alternativ fremgangsmåde. Ved at sammenligne fertilitetsprofilen over alder på et givet tidspunkt for hver enkelt af de små befolkningsgrupper med den tilsvarende profil i de tre store befolkningsgrupper, kan det konstateres hvorvidt der er sammenfald i udviklingen de seneste 5 år.

Fertilitetskvotienterne for hver af de små grupper regresseres på kvotienterne i de af de store befolkningsgrupper, hvor der er konstateret en ensartet udvikling. Til brug for denne regressionsanalyse pooler data for de seneste 5 år sammen, således der for hver af de små grupper maksimalt fremkommer tre regressionskoefficienter, svarende til at samtlige af de store grupper har forklaringsevne. Regressionskoefficienterne anvendes sammen med fremskrivningen af

fertilitetskvoteienterne for de relevante hovedgrupper til at konstruere fremskrivningen for de mindre befolkningsgrupper.

På grund af manglende observationer er det ikke samtlige aldersgrupper, der indgår i regressionen for visse af de små befolkningsgrupper. Således er estimationen for efterkommere fra mere udviklede lande uden dansk statsborgerskab blot baseret på de 15-40-årige, mens der i estimationen for grupperne efterkommere fra mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab og efterkommere fra mindre udviklede lande med dansk statsborgerskab blot indgår data for 15-30-årige.

Det findes ved analysen at udviklingen i fertiliteten for befolkningsgrupperne indvandrere fra mere udviklede lande med dansk statsborgerskab, efterkommere fra mere udviklede lande uden dansk statsborgerskab samt efterkommere fra mere udviklede lande med dansk statsborgerskab forklares af udviklingen i fertiliteten for de to store befolkningsgrupper personer af dansk oprindelse og indvandrere fra mere udviklede lande uden dansk statsborgerskab.

Den seneste udvikling i fertiliteten for befolkningsgruppen indvandrere fra mindre udviklede lande med dansk statsborgerskab er bedst forklaret af en kombination af udviklingen i fertiliteten for befolkningsgrupperne personer med dansk oprindelse og indvandrere fra mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab.

Til fremskrivningen af fertiliteten for henholdsvis efterkommere fra mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab og efterkommere fra mindre udviklede lande med dansk statsborgerskab anvendes udviklingen i fertiliteten for indvandrere fra mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab.

## 5.5 Konvergens af fertilitet på lang sigt

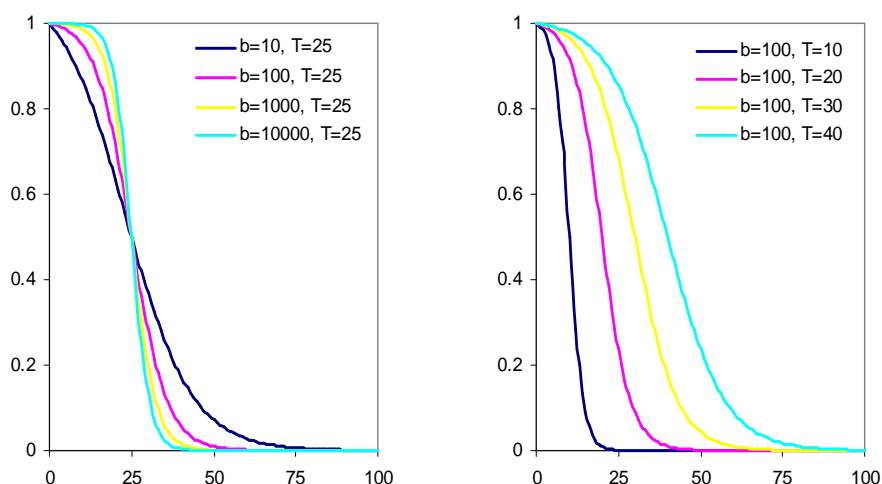
På kort sigt beregnes udviklingen i fertilitet ved at ekstrapolere de eksisterende trends ved brug af Cubic Spline Smoothing. Der er historisk set meget store udsving i fertiliteten og derfor kan nye dataår betyde at den ekstrapolerede fertilitet på lang sigt ændres meget hver gang der kommer nye dataår. Disse ændringer repræsenterer ikke at vi er blevet meget klogere med hensyn til udviklingen af fertiliteten på lang sigt, idet fertiliteten ud over en 30 års tidshorisont er meget usikker (se Eggert og Jørgensen, 2007). For at undgå at der kommer store udsving i fertiliteten på lang sigt indfører vi derfor en funktion, der vægter fertiliteten mellem den kortsigtede ekstrapolerede udvikling og en defineret langsigtet udvikling.

Funktionen som vi benytter til at vægte mellem kort og lang sigt kaldes en *Richards Curve*, og er defineret ved

$$r(t) = \left( 1 - \frac{1}{1 + b \left( \frac{1}{2+b} \right)^{\frac{t}{T}}} \right) \frac{1+b}{b}$$

Funktionen har den egenskab at den antager værdien 1 for  $t=0$ , går mod 0 for  $t$  gående mod  $\infty$  og tager værdien  $\frac{1}{2}$  for  $t=T$ . Således er halveringstiden givet ved parameteren  $T$ , mens parameteren  $b$  er udtryk for om konvergensen sker gradvis. På figuren ses funktionen for forskellige værdier af  $b$  og  $T$ .

**Figur 21. – Richards Curve ved forskellige værdier af  $b$  og  $T$ .**



Den endelige udvikling i fertiliteten bestemmes således ved en vægtning af kortsigts- og langsigtudviklingen

$$\varphi_t^{x,o} = r(t)\varphi_t^{KS,x,o} + (1-r(t))\varphi_t^{LS,x,o}$$

hvor koefficienterne i Richards Kurven er sat til  $b=100$  og  $T=10$ .

## 5.6 Fremskrivningsresultater

Hovedresultatet af fremskrivningen er, at den samlede fertilitet for befolkningen som helhed er svagt voksende i fremskrivningsperioden, jf. Tabel 2, der viser den samlede fertilitet for befolkningsgrupperne anført i det sidste historiske år 2006 samt i årene 2050 og 2100. Det skyldes primært at fertiliteten for personer af dansk oprindelse er voksende. For de to største grupper af indvandrere (uden dansk statsborgerskab) er der tale om en faldende tendens, mens der for de 2 grupper af indvandrere med dansk statsborgerskab er en svag stigning. For efterkommere er fertiliteten faldet for alle grupper, bortset fra efterkommere fra mere udviklede lande uden dansk statsborgerskab. Fremskrivningen indebærer at fertiliteten stort set er uændret fra 2050 og fremefter.



Det mest bemærkelsesværdige er udviklingen i fertiliteten for indvandrere fra mindre udviklede lande som igennem de seneste år er faldet meget betydeligt og fortsat forventes at falde i løbet af fremskrivningen.

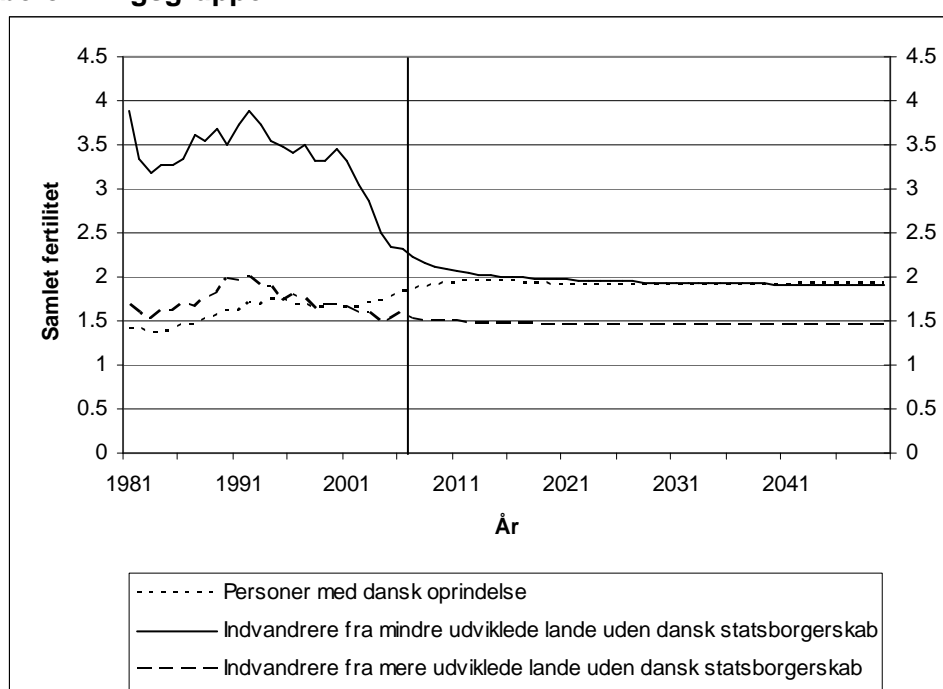
**Tabel 2. Samlet fertilitet for befolkningsgrupper efter oprindelse**

Befolkningsgruppe	2006	2050	2100
Samlet fertilitet for befolkningen som helhed	1,82	1,88	1,88
Personer af dansk oprindelse	1,85	1,92	1,93
Indvandrere fra mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab	2,31	1,91	1,89
Indvandrere fra mindre udviklede lande med dansk statsborgerskab	1,85	1,87	1,87
Indvandrere fra mere udviklede lande uden dansk statsborgerskab	1,59	1,45	1,45
Indvandrere fra mere udviklede lande med dansk statsborgerskab	1,55	1,62	1,63
Efterkommere fra mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab	2,56	1,83	1,83
Efterkommere fra mindre udviklede lande med dansk statsborgerskab	2,21	1,72	1,72
Efterkommere fra mere udviklede lande uden dansk statsborgerskab	1,79	1,61	1,62
Efterkommere fra mere udviklede lande med dansk statsborgerskab	1,41	1,68	1,68

Indvandrere fra mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab havde omkring 1980 en samlet fertilitet på omkring 4,0 (børn pr. kvinde). Frem til omkring år 2000 lå den omkring 3,5 barn pr. kvinde, men i de seneste år har der været en dramatisk reduktion i fertiliteten for denne gruppe, således at den i 2006 er på omkring 2,3 barn pr. kvinde. Der er næppe tvivl om at såvel de ændrede regler for familiesammenføring som den ændrede sammensætning af indvandringen efter lovændringen i 2002 har betydning for denne udvikling. Det er imidlertid vanskeligt at skønne over hvor stor den langsigtede effekt vil være. Estimation baseret på den historiske udvikling indebærer, at der forventes en fortsat tendens til fald, jf. Figur 22.

For personer med dansk oprindelse har der i de seneste år været en tendens til en mindre stigning i den samlede fertilitet. Det forventes i fremskrivningen, at dette fortsætter således den samlede fertilitet på kort sigt vil stige til lige under 2,0 barn pr. kvinde, for derefter at konvergere mod et langsigtet niveau på omkring 1,9 barn pr. kvinde. Omvendt har den samlede fertilitet for indvandrergruppen fra mere udviklede lande uden dansk statsborgerskab vist en tendens til reduktion fra et niveau på omkring 2,0 børn pr. kvinde til ca. 1,5 barn pr. kvinde. I fremskrivningen forventes denne udvikling at fortsætte, men fertiliteten stabiliseres dog relativt hurtigt og er 1,45 i år 2050, jf. Figur 22.

**Figur 22. Udviklingen i den samlede fertilitet for de tre største befolkningsgrupper**

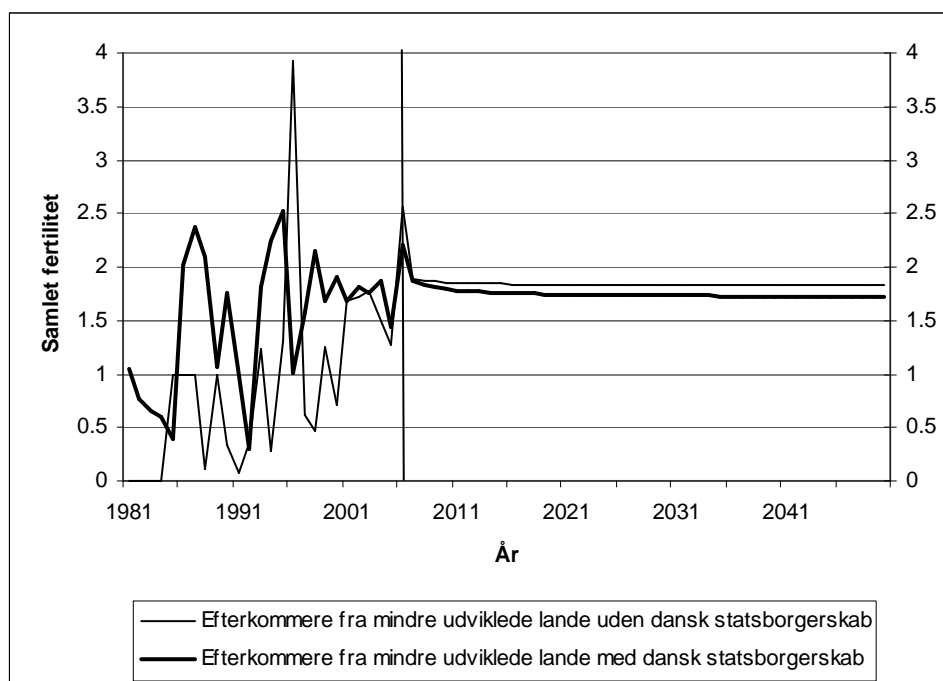


Alle fire efterkommergrupper har en lav og meget fluktuerende fertilitet. Det sidste skyldes befolkningsgruppernes begrænsede størrelse, som betyder at tilfældige udsving påvirker det samlede niveau. Det forudsættes i fremskrivningen, at aldersprofilen for fertiliteten kan beskrives ud fra 2 af de 3 store befolkningsgrupper, dvs. personer af dansk oprindelse, indvandrere fra mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab og indvandrere fra mere udviklede lande uden dansk statsborgerskab. Dette medfører at fertiliteten for efterkommergrupperne forholdsvis hurtigt stabiliseres på et niveau mellem 1,6 og 1,8 barn pr. kvinde, jf. Figur 23.

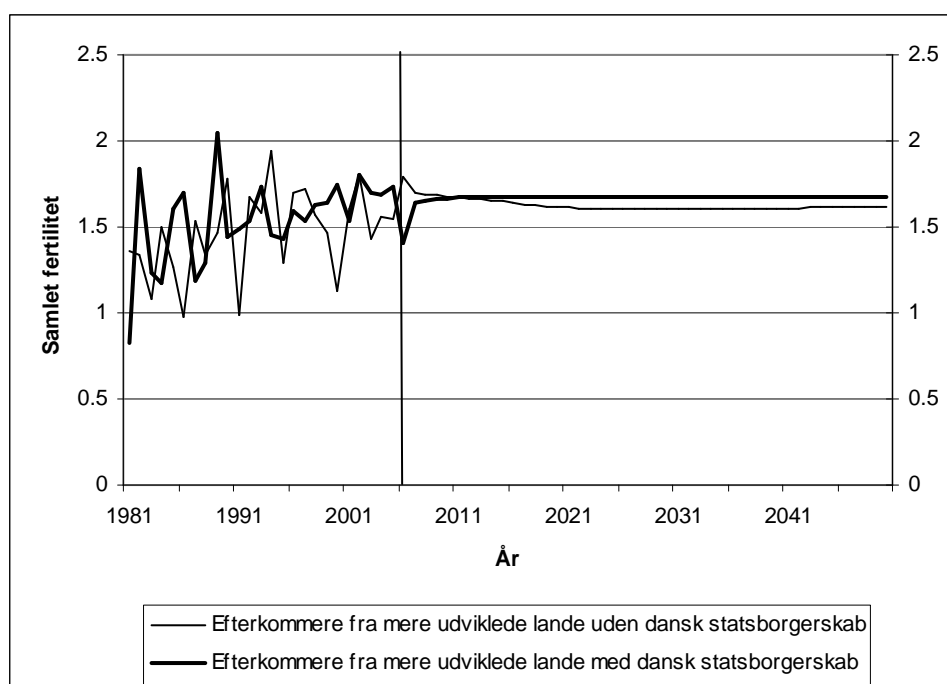
Det bemærkes, at der er en meget betydelig usikkerhed knyttet til fertilitetsudviklingen for efterkommergrupperne. Det skyldes for det første at de er små, og for det andet at de er unge, så det er vanskeligt at finde materiale at basere aldersfordelingen af fertiliteten på. Der er således en

risiko for at den anvendte procedure indebærer at aldersfordelingen af fertiliteten får for lidt vægt i de ældre aldersgrupper. Endelig er fertiliteten for gruppen af efterkommere fra mindre udviklede lande påvirket i betydeligt omfang af både 24-årsreglen og mest-tilknytningsprincippet i indvandringslovgivningen. Som tidligere nævnt er det endnu for tidligt at skønne over disse bestemmelser langsigtede konsekvenser.

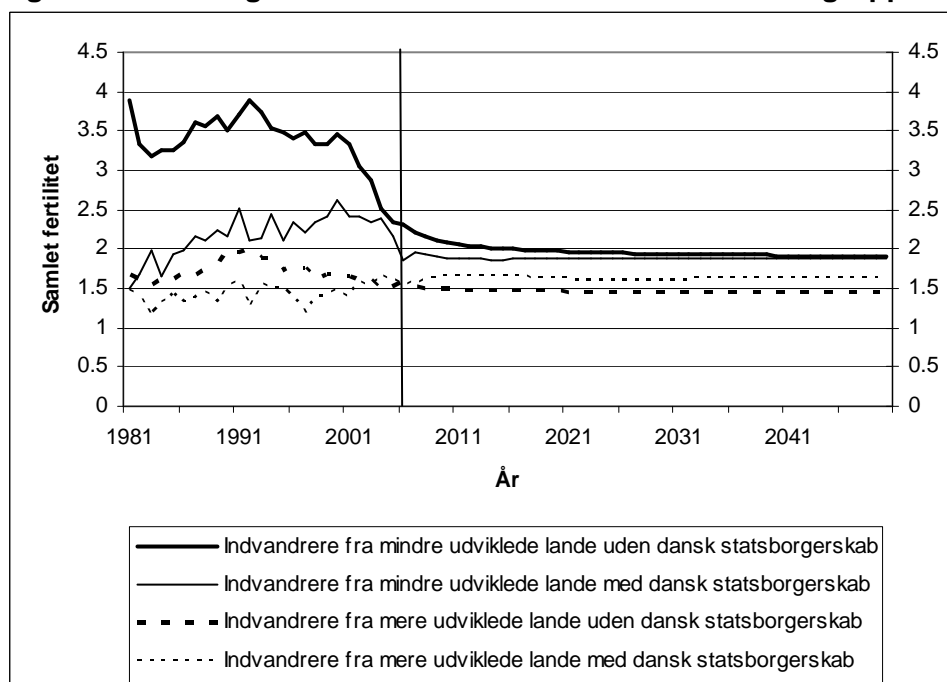
**Figur 23. Udviklingen i den samlede fertilitet for efterkommere fra mindre udviklede lande**



**Figur 24. Udviklingen i den samlede fertilitet for efterkommere fra mere udviklede lande**



**Figur 25. Udviklingen i den samlede fertilitet for indvandrergupper**

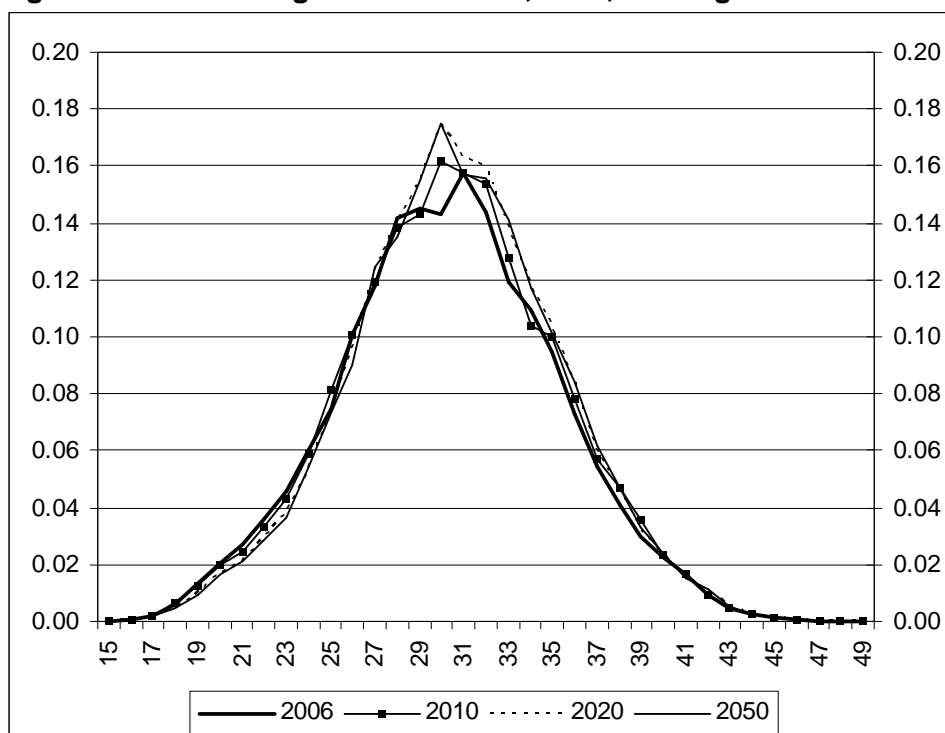


Som nævnt har der været et meget markant fald i fertiliteten for indvandrere fra mindre udviklede lande uden statsborgerskab. En tilsvarende men mindre markant udvikling har fertiliteten for indvandrere fra mindre udviklede lande med dansk statsborgerskab. For denne gruppe er fertiliteten faldet med knapt 0,5 barn pr. kvinde siden 2002. Det forventes, at dette fald flader ud, således at fertiliteten for denne befolkningsgruppe inden for en kortere årrække stabiliseres på et niveau omkring 1,9 barn pr. kvinde. For indvandrere fra mere udviklede lande antages i fremskrivningen at fertiliteten stabiliseres omkring det nuværende forholdsvis lave niveau omkring 1,5 – 1,6 barn pr. kvinde, jf. Figur 25.

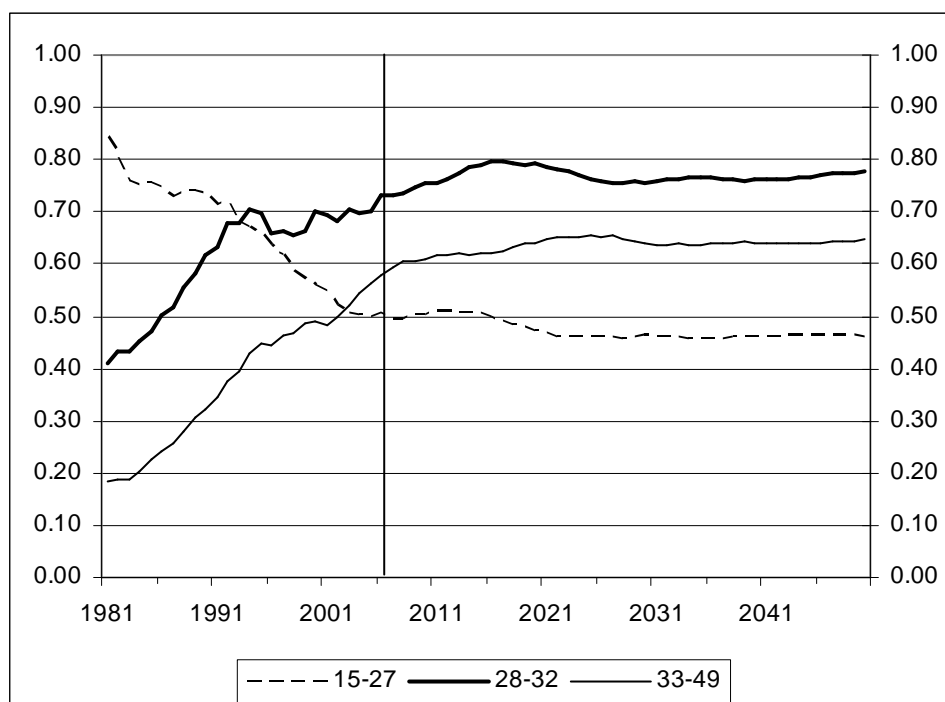
### 5.7 Udviklingen i den aldersbetingede fertilitet

Den aldersbetingede fertilitetsprofil er blevet forskudt i retning af højere alder for fødende kvinder igennem de seneste 25 år. Denne bevægelse har været forholdsvis konstant siden slutningen af 70'erne, men synes dog at være opbremset i 2005 og 2006, jf. Figur 19 og Figur 20. I fremskrivningen forudsættes denne bevægelse at fortsætte med væsentlig reduceret styrke og det forudsættes at aldersprofilen konvergerer mod en form som ikke afviger markant fra profilen i 2006, jf. Figur 26.

**Figur 26. Aldersbetinget fertilitet 2005, 2010, 2020 og 2050**



**Figur 27. Udviklingen i fertiliteten i aldersgrupperne 15-27, 28-32 og 33-49 år**



Dette er ligeledes illustreret i Figur 27, hvor den samlede fertilitet er opdelt på fertiliteten i aldersgrupperne 15-27, 28-32 og 33-49 år. Opdelingen af den samlede fertilitet på aldersintervaller afslører, at den samlede fertilitet for 15-27-årige er faldet stødt gennem hele den historiske periode, bortset fra de sidste 2 år, hvor den syntes at stabiliseres, og ligefrem stige svagt. Samtidig er den samlede fertilitet for både de 28-32-årige og de 33-49-årige vokset i den historiske periode. For de 28-32-årige er opbremsset i start-90'erne, mens for de 33-49-årige da er den vokset gennem hele perioden. Bemærk at 2006 er det første år, hvor den samlede fertilitet er steget for alle grupper samtidig. Dette tyder på at væksten i fertilitet ikke længere skyldes stigninger i middelfødealderen forårsaget af udskudte fødsler, men en generel tendens. På kort sigt ses det at denne tendens vil forsætte for alle aldersgrupper. På lang sigt ses det, at den samlede fertilitet for de 28-32-årige og de 33-49-årige stabiliseres på et niveau, der er en anelse højere end i dag, mens den for de 15-27-årige stabiliseres en smule under i dag.

### 5.8 Sammenligning med fertiliteten i 2004- og 2006-befolkningsfremskrivningen

I forhold til 2004-fremskrivningen, er der to markante forskelle i fertilitetsudviklingen fordelt på befolkningsgrupper. For det første er fertiliteten voksende for personer af dansk oprindelse i denne befolkningsfremskrivning, mens den var aftagende i 2004-fremskrivningen.

Denne ændring i fertiliteten for personer med dansk oprindelse hænger både sammen med tilføjelsen af de seneste data år (2005 og 2006) og med ændringen af metoden til CSS. For det andet er der et markant fald i fertiliteten for indvandrere fra mindre udviklede lande. I 2004 fremskrivningen var der kun mindre fald i fertiliteten for disse grupper. Derimod er den betragtelige ændring i 2006 i fertiliteten for indvandrere fra mindre udviklede lande begrundet i det betydelige skift i fertiliteten, der er indtruffet i de seneste år og som formentlig hænger sammen med ændringen i indvandringslovgivningen.

I forhold til 2006-fremskrivningen er forskellen primært i den samlede fertilitet for efterkommergrupperne. Fra 2004- til 2006-fremskrivningen skete et markant fald i fertiliteten for efterkommere, hvilket skyldtes at det blev antaget at deres fertilitet kun afhang af fertiliteten for indvandrere. I 2007-fremskrivningen antages det at efterkommeres fertilitet både afhænger af fertiliteten for indvandrere og danskere. Dette medfører at fertiliteten nu er tilbage på et mere realistisk niveau.

Det ses at der for danskere og indvandrere ikke er sket ændringer i den langsigtede fertilitet i forhold til 2006-fremskrivningen, jf. Tabel 3.

**Tabel 3. Samlet fertilitet fordelt på befolkningsgrupper i 2050 sammenlignet med 2004- og 2006-fremskrivning**

Befolkningsgruppe	2004 fremskr.	2006 fremskr.	2007 fremskr.
Befolkningen som helhed	1,79	1,86	1,88
Personer med dansk oprindelse	1,76	1,92	1,92
Indvandrere fra mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab	2,42	1,91	1,91
Indvandrere fra mindre udviklede lande med dansk statsborgerskab	2,08	1,87	1,87
Indvandrere fra mere udviklede lande uden dansk statsborgerskab	1,70	1,45	1,45
Indvandrere fra mere udviklede lande med dansk statsborgerskab	1,64	1,62	1,62
Efterkommere fra mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab	1,76	1,61	1,83
Efterkommere fra mindre udviklede lande med dansk statsborgerskab	1,73	1,68	1,72





Hvis moderen er indvandrer fra et mere udviklet land er der derimod mellem 55 og 44 pct. sandsynlighed for at faderen er enten efterkommer med dansk statsborgerskab eller af dansk oprindelse.

Tilsvarende er der meget stor forskel for efterkommergrupperne. Hvis moderen er efterkommer fra et mindre udviklet land uden dansk statsborgerskab er der 52 pct. sandsynlighed for at faderen enten er indvandrer eller efterkommer uden dansk statsborgerskab, hvilket er et markant fald i forhold til 2006-fremskrivningen. Hvis moderen derimod er efterkommer fra et mere udviklet land uden dansk statsborgerskab er der kun 27 pct. sandsynlighed for at faderen er indvandrer eller efterkommer uden dansk statsborgerskab, hvilket er et mindre fald i forhold til 2006-fremskrivningen.

## 6. Indvandring, udvandring og statsborgerskab

### 6.1 Indvandring fra mere og mindre udviklede lande<sup>18</sup>

Som beskrevet i det følgende antages indvandringen fra mere og mindre udviklede lande at blive fastlagt eksogent i befolkningsfremskrivningsmodellen. Indvandringen til disse to befolkningsgrupper er reguleret og kræver opholdstilladelse. Der gives opholdstilladelser til følgende forskellige grupper: Flygtninge m.v., familiesammenførte, EU/EØS borgere, personer med beskæftigelse i Danmark og personer med andre grunde til ophold i Danmark. Omfanget og sammensætningen af indvandringen reguleres ved udlændingeloven.<sup>19</sup>

Den oprindelige udlændingelov stammer fra 1952. Ifølge denne kunne udlændinge relativt frit indvandre til Danmark. I sammenhæng med den stigende arbejdsløshed i 1973 indførtes et "indvandringsstop". Indvandringsstoppet betød, at udlændinge som hovedregel kun kunne opnå opholdstilladelse af beskæftigelseshensyn i særlige tilfælde. Indvandringstoppet betød ikke, at der ikke var indvandring, idet familiesammenføring og tildeling af asyl fortsat gav anledning til indvandring. Indvandringsstoppet omfattede heller ikke nordiske statsborgere og statsborgere i EU-landene, der kunne indrejse og arbejde i Danmark.

I 1983 blev udlændingeloven revideret. Den ny lovgivning havde blandt andet til formål at styrke retsstillingen for familiesammenførte og flygtninge. Der blev indført retskrav på familiesammenføring af børn, ægtefæller og forældre. Herudover indførtes begrebet "de facto flygtninge" i lovgivningen. Der skulle være tale om personer, der ikke umiddelbart var flygtninge efter FN's Flygtningekonventionen, men hvor det af lignende grunde eller andre tungtvejende grunde, der medførte begrundet frygt for forfølgelse eller tilsvarende overgreb, ikke burde kræves at vedkommende vendte tilbage til sit hjemland.

I 2002 gennemførtes endnu en større lovændring af udlændingeloven (lov nr. 365 af 6. juni 2002). Formålet med denne ændring var at begrænse adgangen til familiesammenføring og at indsnævre betingelserne for adgang til asyl.

Lovændringen i 2002 afskaffede muligheden for at få asyl med status som de facto flygtning. I stedet indførtes en mulighed for asyl til personer med beskyttelsesstatus. Det er personer, som ikke umiddelbart opfylder definitionen i FN's Flygtningekonvention, men som Danmark har

---

<sup>18</sup> Dette og følgende underafsnit stammer fra Velfærdskommissionens analyserapport: Fremtidens velfærd og globaliseringen side 85-88. Tallene er opdateret til 2005.

<sup>19</sup> Andre oversigter over udlændingeloven i hovedtræk findes i DA (2001), Tænketanken (2004), Bauer et al. (2004)

forpligtiget sig til at modtage gennem andre konventioner, herunder Den Europæiske Menneskerettighedskonvention fra 1950 samt 6. tillægsprotokol fra 1983. Der gives opholdstilladelse til flygtninge, der risikerer dødsstraf, tortur, umenneskelig eller nedværdigende behandling eller straf, hvis de vender tilbage til deres hjemland.

Lovændringen i 2002 betød også en række regelændringer vedrørende familiesammenføring af ægtefæller. For det første indførtes en 24 års regel. Reglen betyder, at begge parter skal være 24 år eller derover. Indtil lovændringen var aldersgrænsen 18 år. Samtidig skete der en stramning i reglen om, at familiesammenføring med ægtefælle sker til det land, hvor parrets samlede tilknytning er størst ("tilknytningskravet"). Efter lovændringen gælder dette for alle personer, mens det før lovændringen ikke var gældende for danske statsborgere. Kravet om, at tilknytningen til Danmark skal være størst bortfalder, hvis den ægtefælle, der bor i Danmark, har haft dansk statsborgerskab i over 28 år. Det samme gælder for personer, som har opholdt sig lovligt i Danmark i over 28 år, og som er født og opvokset i Danmark eller kommet hertil som mindre børn. Familiesammenføring af ægtefælle kan opnås af personer med dansk eller nordisk statsborgerskab, flygtninge med ophold i Danmark eller personer, som har haft permanent opholdstilladelse i Danmark i over 3 år og som bor fast i Danmark. Ud over de ovennævnte krav er det en betingelse, at det kan godtgøres, at den herboende kan forsørge den familiesammenførte. Frem til lovændringen var der ikke noget forsørgelseskrav for personer med dansk eller nordisk statsborgerskab eller flygtninge med konventions- eller de facto status.

Endelig blev muligheden for familiesammenføring af forældre afskaffet med lovændringen i 2002. Indtil lovændringen kunne personer i Danmark med dansk eller nordisk statsborgerskab eller flygtningestatus opnå familiesammenføring med forældre over 60 år. Det var en betingelse, at personen i Danmark rådede over en bolig af en vis størrelse og at personen påtog sig at forsørge sine udenlandske forældre.

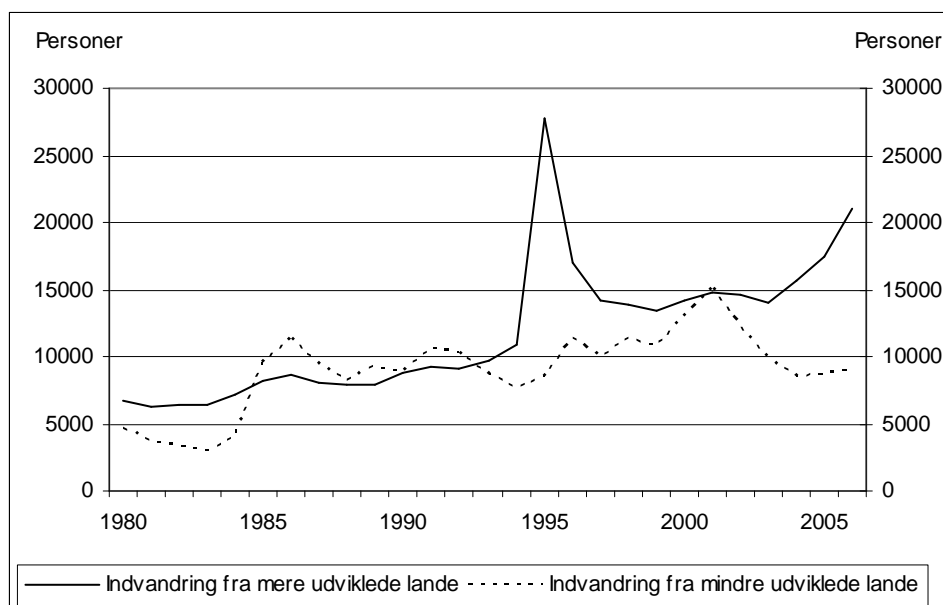
Reglerne for familiesammenføring i Danmark er strammere end de tilsvarende fælles EU regler, der åbner mulighed for en 21-års-regel for familiesammenføring af ægtefæller, men ikke for et "tilknytningskrav".

## 6.2 Udviklingen i indvandringen 1981 - 2006

Der synes umiddelbart at være en sammenhæng mellem lovgivningsgrundlaget og udviklingen i indvandringen. Efter ændringen af lovgivningen i 1983 skete der et permanent løft i den årlige indvandring fra mindre udviklede lande. Fra 1984 til 1985 mere end fordobledes den årlige indvandring fra mindre udviklede lande fra 3.800 til 9.200. I 1986 nåedes en midlertidig top i indvandringen fra mindre udviklede lande på 11.000 personer. Frem til midten af 1990'erne lå indvandringen fra mindre udviklede lande på mellem 7.000 og 10.000 personer. Herefter steg

indvandringen fra denne landegruppe og toppede med 14.000 i år 2001. Stramningen af udlændingeloven i 2002 ledte til et fald i indvandringen allerede i løbet af året og faldet fortsatte i perioden fra 2003 til 2006. I de to seneste år har indvandringen fra mindre udviklede lande ligget på omkring 8.500-9.000 personer.

**Figur 28. Indvandringen fra mere og mindre udviklede lande, 1980-2006**



Indvandringen fra mere udviklede lande steg gradvist fra 1981 til 1994 fra et niveau på 5.800 til 10.100 personer. Tallet for 1995 er stærkt påvirket af særlovgivningen vedr. midlertidige opholdstilladelser til personer fra det tidligere Jugoslavien. I 1996 er tallet også ekstraordinært højt, mens det herefter er stabiliseret på et niveau mellem 13.000 og 14.000 personer om året frem til 2003. De seneste år har der været betydelig vækst i indvandringen fra mere udviklede lande og i 2006 havde den nået et niveau på 21.103 personer, jf. Figur 28. Der synes således at være en voksende trend indvandringen fra denne landegruppe.

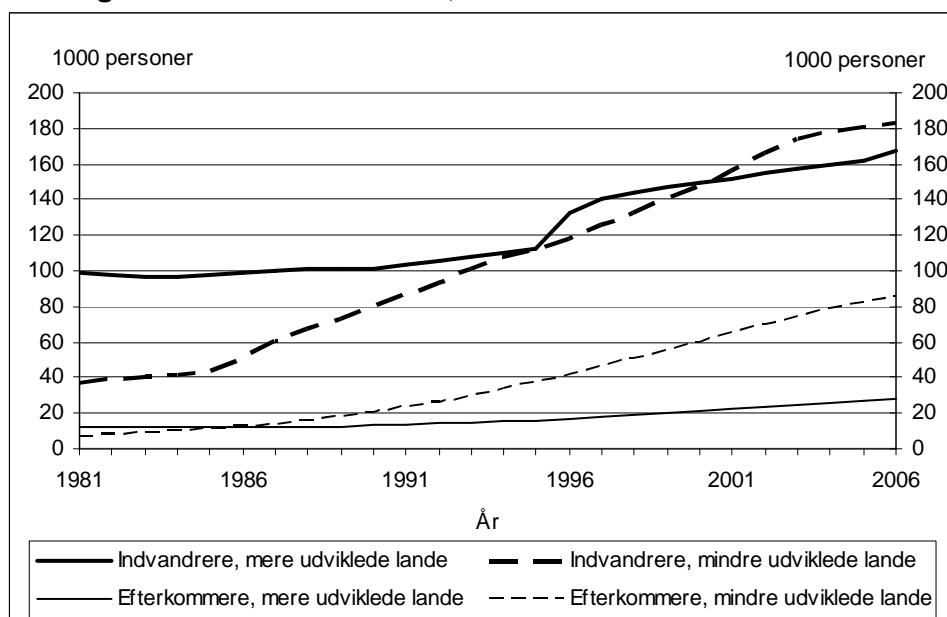
Udviklingen i den årlige indvandring giver sammen med udvandringstilbøjeligheden anledning til udviklingen i antallet af herboende indvandrere, jf. Figur 29.

Antallet af herboende indvandrere fra mere udviklede lande var forholdsvis stabilt fra 1981 til primo 1995, hvor antallet voksede fra 99.000 til 113.000. Den ekstraordinære indvandring i 1995 betød, at der var en kraftig vækst frem til 1996, og herefter førte det højere niveau for den årlige indvandring til en fortsat vækst i antallet af herboende indvandrere

fra mere udviklede lande. Primo 2006 var antallet nået op på 166.970 personer.

Antallet af herboende efterkommere fra mere udviklede lande er lavt og kun svagt voksende gennem hele perioden fra 1981-2006, således at der skete godt en fordobling fra 12.500 til 27.833 over hele perioden.

**Figur 29. Antallet af herboende indvandrere og efterkommere fra mere og mindre udviklede lande, 1981 – 2006**



Frem til primo 1986 var antallet af herboende indvandrere fra mindre udviklede lande forholdsvis konstant på et lavt niveau omkring 40.000 personer. Stigningen i den årlige indvandring fra 1985 og frem gav anledning til en betydelig tilvækst i antallet af herboende indvandrere. Stigningen var forholdsvis konstant gennem hele perioden frem til 2003 og førte til mere end en firedobling af antallet frem til 2003 til 172.000 personer. I de seneste år har væksten været langsommere og i 2006 er antallet af herboende indvandrere fra mindre udviklede lande oversteg antallet af herboende indvandrere fra mere udviklede lande i 2001.

Den høje vækst i antallet af herboende indvandrere fra mindre udviklede lande sammenlignet med væksten i antallet af herboende indvandrere fra mere udviklede lande skyldes først og fremmest, at udvandringstilbøjeligheden er væsentligt lavere for førstnævnte gruppe.

Antallet af efterkommere fra mindre udviklede lande vokser med en betydelig hastighed frem til omkring 2003. Det skyldes dels den lave udvandringstilbøjelighed for indvandrergruppen, dels at alderssammensætningen af indvandrergruppen betyder, at der er mange i den fødedygtige alder, og endelig at den samlede fertilitet for indvandrere

fra mindre udviklede lande historisk har været høj sammenlignet med andre grupper, men forskellen er kraftigt aftagende i de seneste år. Dette har sammen med en reduceret indvandring været med til at reducere væksten i de to seneste år.

### **6.3 Fremskrivning af indvandringen**

Den historiske udvikling i indvandringen og i sammensætningen af denne på oprindelseslande peger på, at reguleringen af indvandringen har meget stor betydning. Det er endnu for tidligt at vurdere langsigteffekterne af de ret betydelige ændringer, der gennemførtes i 2002. Det er derimod oplagt, at ændringerne i hvert fald på det korte sigt har haft en afgørende indflydelse på indvandringen fra specielt mindre udviklede lande, som er reduceret meget betydeligt i perioden.

På grund af kombinationen af de store ændringer, som lovgivningen har medført, og den korte tid den har virket, er det til denne befolkningsfremskrivning valgt generelt at antage, at der ikke sker ændringer i indvandringen i fremtiden. Det betyder, at det årlige antal af indvandrere uden dansk statsborgerskab fra henholdsvis mere og mindre udviklede lande antages at være konstant i fremskrivningen. Niveaulet fastlægges som indvandringen til disse befolkningsgrupper i perioden 2004-2006.

Indvandrere med dansk statsborgerskab, efterkommere og personer med dansk oprindelse, som genindvandrer til Danmark udgør en konstant andel af den respektive befolkningsgruppe. Den fremtidige andel er lig med den gennemsnitlige andel for den relevante befolkningsgruppe i perioden 2004-2006.

### **6.4 Indvandrere uden dansk statsborgerskab**

Indvandringen af personer uden dansk statsborgerskab udgør stort set hele bruttoindvandringen fra henholdsvis mere og mindre udviklede lande. Udviklingen over tid afspejler derfor nøje udviklingen i indvandringen fra disse landegrupper, jf. en sammenligning af Figur 28 og Figur 30.

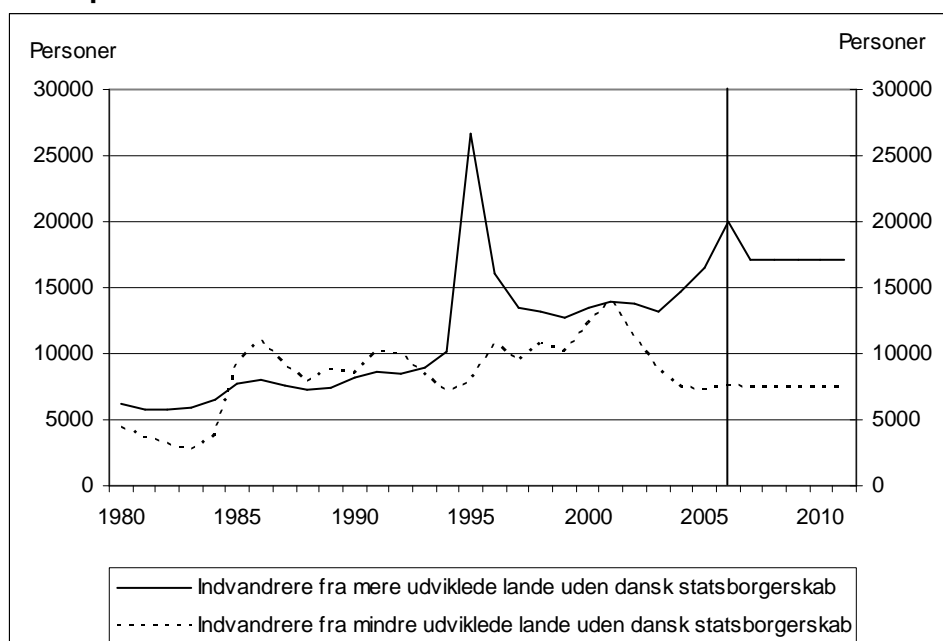
Når der bortses fra den ekstraordinære indvandring som følge af krigen i Eksjugoslavien har der derfor været en tendens til stigende indvandring over tid fra gruppen af mere udviklede lande. Dette er også i tråd med forventningen om øget international mobilitet bl.a. som følge af globaliseringen og den øgede integration i Europa.

Det er i fremskrivningen valgt at se bort fra denne tendens til stigning i indvandringen fra mere udviklede lande. Det skyldes primært, at den øgede indvandring ikke i fuldt omfang slår ud i et øget antal herboende indvandrere fra mere udviklede lande, hvilket indikerer at længden af

opholdet i Danmark er aftagende for denne gruppe indvandrere. En mulig årsagsforklaring på dette kan være en ændret sammensætning af indvandrernes opholdsgrundlag. Det har imidlertid ikke været muligt at fremskaffe data for udvandring fordelt på alder, køn og opholdsgrundlag. Når man derfor er nødt til at se bort fra opholdsgrundlaget i udvandringstilbøjeligheden er der en risiko for at længden af opholdet overvurderes med de data, der er til rådighed. Grundet denne mangel ved udvandringsdata er det valgt at tage udgangspunkt i et meget konservativt skøn for indvandringen fra mere udviklede lande og fastholde niveauet absolut, idet den centrale målvariabel for fremskrivningen er antallet af herboende indvandrere.

For gruppen af indvandrere fra mindre udviklede lande er det tilsvarende valgt at fastholde indvandringens absolutte omfang. Det skyldes som nævnt ikke mindst en betydelig usikkerhed med hensyn til langsigtsvirkningerne af den ændring i indvandringspolitikken, der blev gennemført i 2002.

**Figur 30. Indvandring af personer uden dansk statsborgerskab fordelt efter oprindelse**

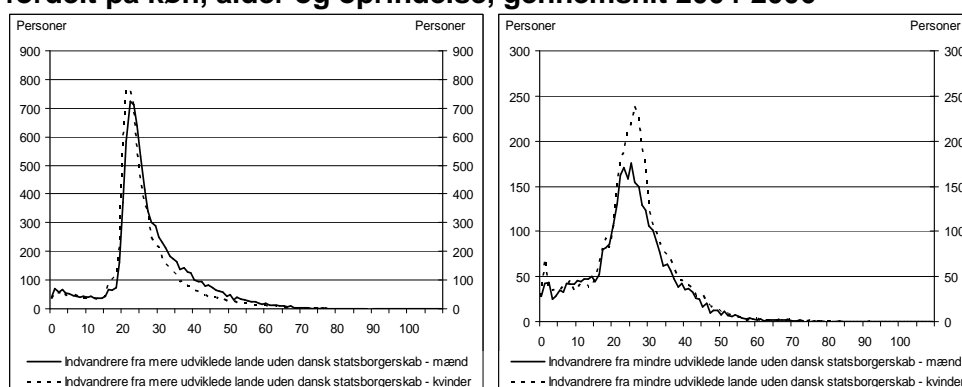


## 6.5 Aldersfordelingen af indvandringen af personer uden dansk statsborgerskab

For hver af de to grupper af oprindelseslande fordeles den samlede årlige indvandring på alder og køn ud fra den gennemsnitlige fordeling i perioden fra 2004-2006.

For begge landegrupper gælder, at indvandringens aldersfordeling er stort set sammenfaldende for de to køn. For gruppen af indvandrere fra mere udviklede land uden dansk statsborgerskab gælder, at indvandringen er koncentreret i alderen fra omkring 20 til 35 år. Indvandringen af personer i de øvrige aldersgrupper er begrænset. For gruppen af indvandrere fra mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab er der mere spredning i aldersprofilen, men også for denne gruppe gælder, at indvandringen er størst for aldersgruppen fra 20 til 35 år. I denne gruppe er der relativt flere børn og helt unge end blandt indvandrere fra mere udviklede lande. Da den samlede indvandring fra mere udviklede lande er omkring dobbelt så stor betyder dette, at der er stort set samme antal børn og unge som årligt indvandrer fra de to landegrupper, jf. Figur 31.

**Figur 31. Indvandringen af personer uden dansk statsborgerskab fordelt på køn, alder og oprindelse, gennemsnit 2004-2006**



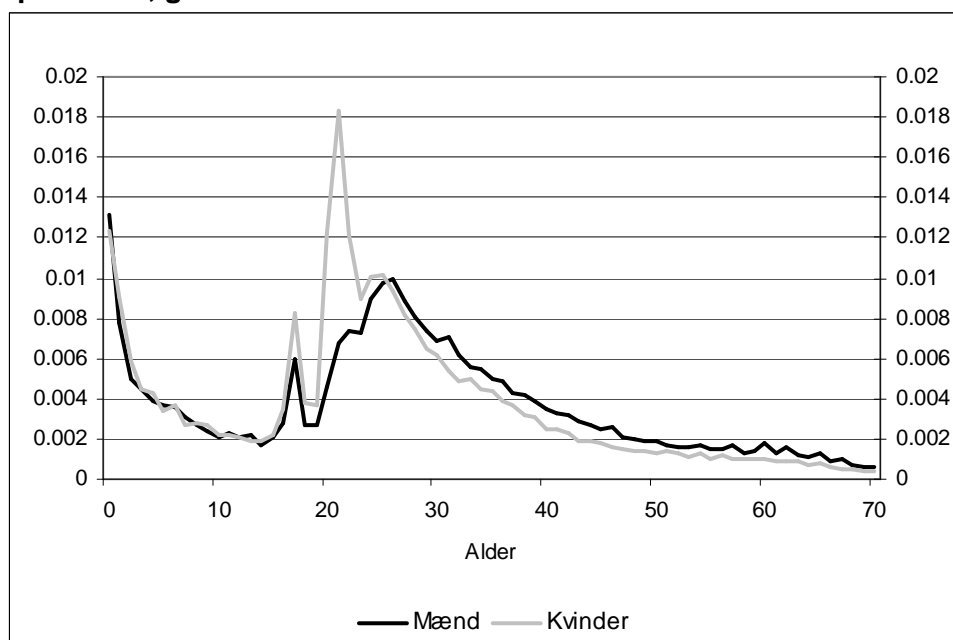
## 6.6. Genindvandring

Indvandring til alle befolkningsgrupper, som ikke er indvandrere uden dansk statsborgerskab, betegnes genindvandring. Fremskrivningen af denne type indvandring fastlægges ud fra en antagelse om, at indvandringen udgør en fast andel af antallet af personer med et givet køn og en given alder i den relevante befolkningsgruppe.<sup>20</sup> Denne andel kaldes en genindvandringkvotient. Kvotienterne er beregnet som et gennemsnit over de seneste 3 års data (2004-2006) og er vist i Figur 32 og Figur 33.

<sup>20</sup> Man kan således tale om en "indvandringssandsynlighed".

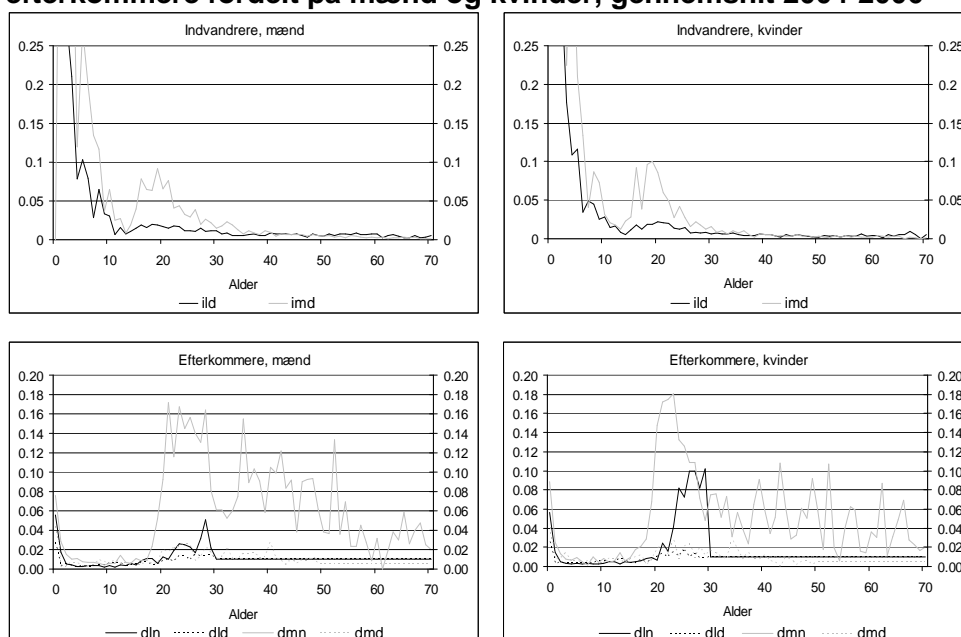


**Figur 32. Genindvandningskvotienter for mænd og kvinder af dansk oprindelse, gennemsnit 2004-2006**



Genindvandningskvotienterne for mænd og kvinder af dansk oprindelse er typisk under 1 pct. for alle årgange. Eneste undtagelse er genindvandningskvotienten for 21-årige kvinder, som er omkring 1,9 pct. Det modsvarer, at udvandningskvotienten for kvinder toppe for 20-årige (jf. nedenfor). For mænd findes den højeste genindvandningskvotient blandt 26-årige. Også dette modsvarer af, at den højeste udvandningskvotient for mænd af dansk oprindelse er blandt 25-årige. I begge tilfælde afspejler kvotienterne, at en del yngre personer af dansk oprindelse tager et korterevarende ophold i udlandet, jf. Figur 32.

**Figur 33. Genindvandningskvotienter for indvandrere og efterkommere fordelt på mænd og kvinder, gennemsnit 2004-2006**



Aldersprofilen for genindvandningskvotienterne for indvandrere med dansk statsborgerskab fra mere udviklede lande minder om de tilsvarende for personer af dansk oprindelse, men niveauet for både mænd og kvinder er ca. 10 gange så højt. Samtidig er der meget høje genindvandningskvotienterne for indvandrerbørn med dansk statsborgerskab. De høje kvotienter afspejler i høj grad, at der er meget få personer i de pågældende grupper (og i særdeleshed når disse fordeles på alderstrin). For indvandrere med dansk statsborgerskab fra mindre udviklede lande er der også meget høje genindvandningskvotienter i de yngste aldre, mens niveauet i de højere aldersgrupper minder mere om genindvandningskvotienterne for personer med dansk oprindelse, jf. Figur 33.

For efterkommere fra mere udviklede lande fluktuerer genindvandningskvotienterne omkring et højt niveau (omkring 10 pct.) i hele aldersintervallet 20-45 år. Begge dele afspejler, at der er relativt få personer i denne befolkningsgruppe.

For efterkommere fra mindre udviklede lande gælder, at der stort set ikke er registreret personer over 30 år. Der er derfor et meget tyndt datagrundlag for denne aldersgruppe. Kvotienterne er derfor sat til 1 pct. Dette er ligeledes gældende for efterkommere fra mere udviklede lande som er mere end 50 år. For denne aldersgruppe er kvotienterne sat til 0,5 pct.

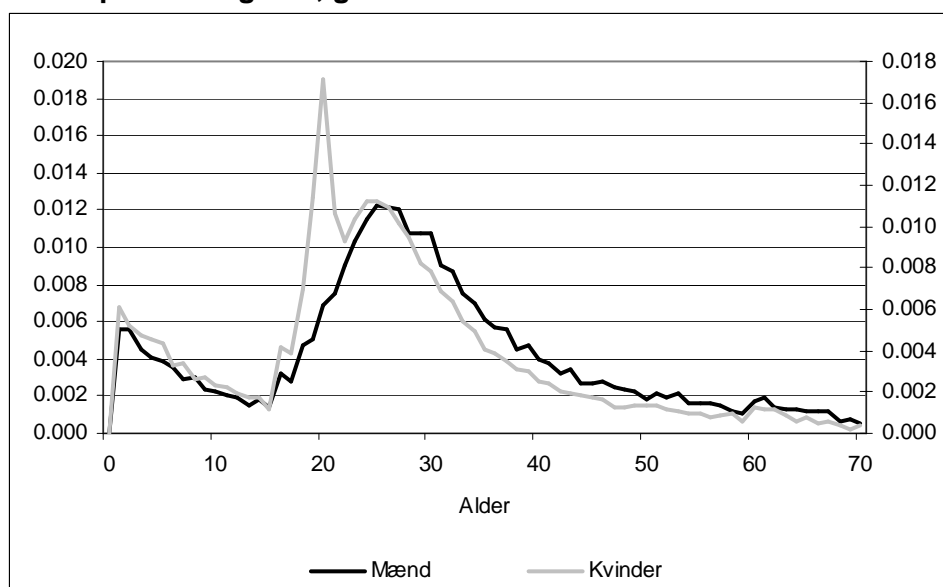
## 6.7 Udvandring

Udvandringen i fremskrivningen bestemmes for alle befolkningsgrupper ved at fastlægge en alders- og kønsspecifik udvandringssandsynlighed. Udvandringssandsynlighederne fastlægges som gennemsnittet af de historiske udvandringsskvtienter for de seneste 3 år (dvs. 2004-2006). Disse er defineret som antal udvandrede delt med antal personer i den relevante befolkningsgruppe, jf. Figur 34 og Figur 35.

Udvandringsskvtienterne for mænd og kvinder af dansk oprindelse er generelt lavere end 1 pct. Dog er der en markant højere udvandringsskvtient for 20-årige kvinder på 1,9 pct., mens også kvinder i alderen 22-27 år har en udvandringsskvtient på lidt over 1 pct. For mænd findes den maksimale udvandringsskvtient for 25-årige, hvor den er 1,3 pct. Mænd i aldersgruppen 23-33 år har en udvandringsskvtient på over 1 pct.

Som nævnt under afsnittet om genindvandringsskvtienter er der en bemærkelsesværdig lighed i ud- og genindvandringsskvtienterne bortset fra en mindre aldersforskydning. Dette indikerer som nævnt, at en betydelig del af udvandringsskvtienten skyldes kortere udenlandsophold.

**Figur 34. Udvandringsskvtienter for personer af dansk oprindelse fordelt på alder og køn, gennemsnit 2004-2006**



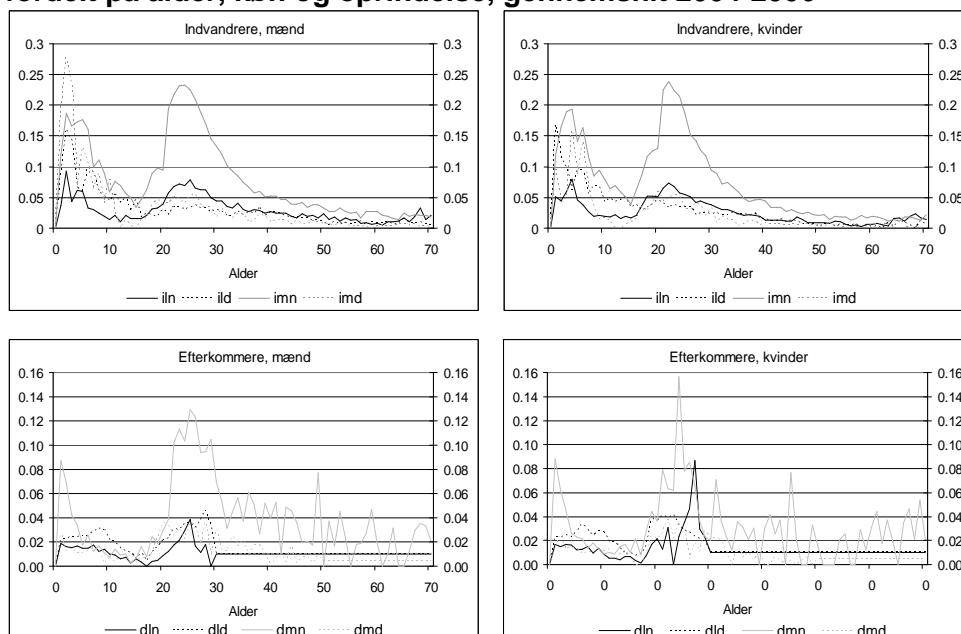
De højeste udvandringsskvtienter findes for gruppen af indvandrere fra mere udviklede lande uden dansk statsborgerskab. For både mænd og kvinder er der to toppe i aldersprofilen for udvandringsskvtienterne. Den første har toppunkt ved 5 år og her et niveau på omkring 20 pct. – lidt højere for mænd og lidt lavere for kvinder. For alle aldersgrupper mellem 1

og 10 år er udvandringssandsynligheden over 10 pct. for denne befolkningsgruppe. Det samme gælder for aldersgruppen fra 20-35 år for både mænd og kvinder. For begge køn er der toppunkt i udvandringsskvtienterne ved det 25. år, hvor de har et niveau på omkring 25 pct.

De øvrige indvandrergupper har væsentligt lavere udvandringsskvtienter. Specielt har den store gruppe af indvandrere fra mindre udviklede lande uden dansk statsborgerskab udvandringssandsynligheder, der kun for enkelte alder overstiger 5 pct., jf. Figur 35

Udvandringsskvtienterne for efterkommere minder om det der ses for indvandrere, selvom niveauerne er noget lavere. Også efterkommere fra mere udviklede lande har højere udvandringsskvtienterne end efterkommere fra mindre udviklede lande. Da der findes relativt få efterkommere fra mindre udviklede lande som er ældre end 30 år er datagrundlaget tyndt for denne aldersgruppe. Kvtienterne er derfor sat til 1 pct. Dette er ligeledes gældende for efterkommere fra mere udviklede lande som er mere end 50 år. For denne aldersgruppe er kvtienterne sat til 0,5 pct., jf. Figur 35

**Figur 35. Udvandringsskvtienter for indvandrere og efterkommere fordelt på alder, køn og oprindelse, gennemsnit 2004-2006**



## 6.8 Statsborgerskabsskift

Statsborgerskabsskift-kvtienten angiver for givet køn, gruppe og alder andelen af personer, der skifter til dansk statsborgerskab. Kvtienten er derfor kun defineret for grupperne bestående af personer, der ikke er

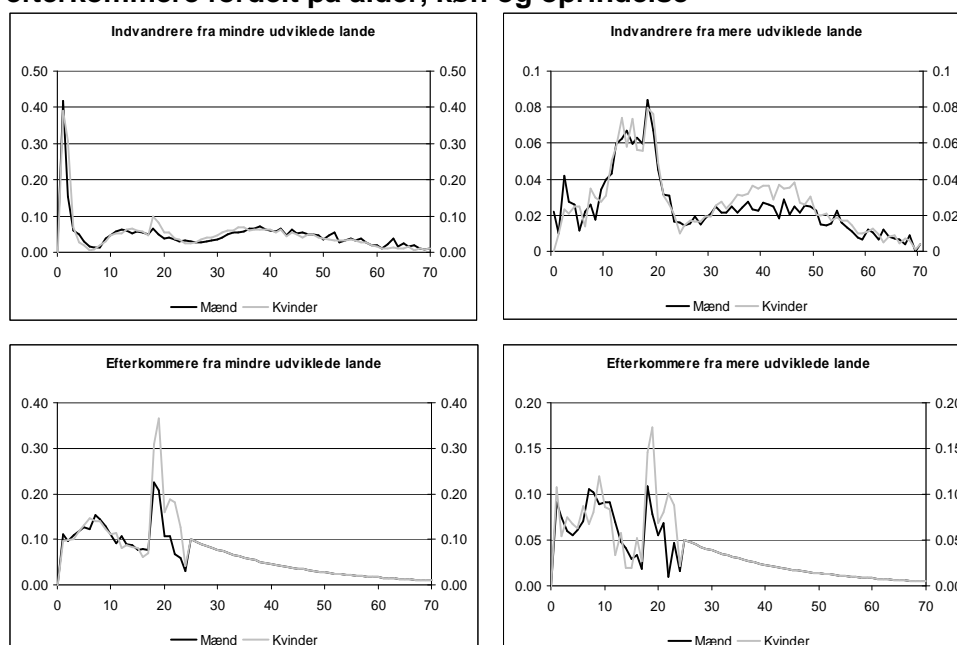
danske statsborgere. Historiske tal for statsborgerskabsskift er, som tidligere nævnt, beregnet ud fra data i DREAMs grundlæggende database.

I denne database haves for hver befolkningsgruppe antallet af døde, antallet af fødte, antal indvandrede og antal udvandrede. Ændringer i antallet af personer i en given befolkningsgruppe, der ikke kan forklares af disse forhold, kan derfor kun forklares ved statsborgerskabsskift (samt naturligvis målefejl). Statsborgerskabsskifts-kvotienten defineres som andelen af personer i en given befolkningsgruppe, der bliver danske statsborgere. I fremskrivningen antages statsborgerskabsskift-kvotienterne at være konstante og beregnes som et gennemsnit af de sidste 3 år op til opdateringsåret (dvs. 2003 til 2005).

Der er en meget betydelig andel af de yngste aldersgrupper blandt børn af indvandrere fra mindre udviklede lande der får dansk statsborgerskab. For 1-2-årige er andelen oppe på omkring 35 pct. For de øvrige aldersgrupper ligger statsborgerskabsskiftskvotienten på mellem 5 og 10 pct. frem til 50 års alderen, hvorefter den falder gradvist.

Tendensen til at børn har en meget høj statsborgerskabsskiftskvotient genfindes ikke blandt indvandrere fra mere udviklede lande. Hertil kommer at denne befolkningsgruppe generelt har lavere statsborgerskabsskiftskvotient end indvandrere fra mindre udviklede lande, jf. Figur 36.

**Figur 36. Statsborgerskabsskiftskvotienter for indvandrere og efterkommere fordelt på alder, køn og oprindelse**



Efterkommere fra mindre udviklede lande har generelt en høj statsborgerskabsskiftskvotient. Frem til det 17. år ligger kvotienten på omkring 10 pct. Herefter stiger den markant – særligt for kvinder hvor kvotienten når op på 35 pct. for 18-19-årige. For mænd er der ligeledes en stigning til omkring 22 pct. for disse aldersgrupper.

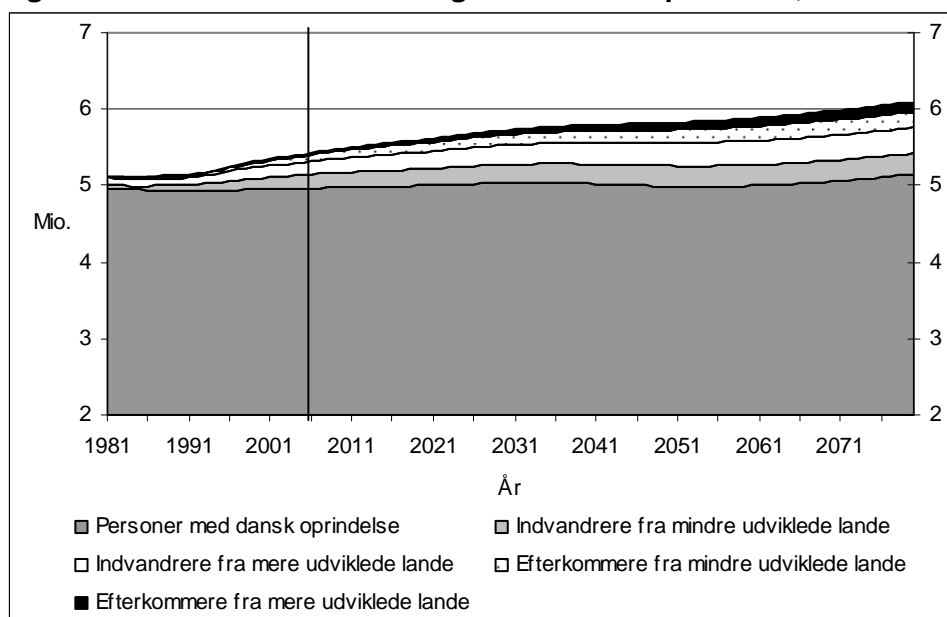
For efterkommere fra mere udviklede lande er aldersprofilen i statsborgerskabsskiftskvotienten den samme som for efterkommere fra mindre udviklede lande, men niveauet er kun omkring det halve, jf. Figur 36.

## 7. Resultater

### 7.1 Udviklingen i den samlede befolkning

Danmarks befolkning er vokset fra 2,4 mio. personer i 1901 til 5,4 mio. ved indgangen til 2006. Der har været positiv befolkningsvækst i alle årene bortset fra en kortere periode i begyndelsen af 1980'erne.

**Figur 37. Den samlede befolkning fordelt efter oprindelse, 1981-2080**



DREAMs 2007-befolkningsfremskrivning giver som resultat, at tendensen til befolkningsvækst fortsætter – om end med formindsket styrke – gennem det 21. århundrede. Ved udgangen af århundredet forventes befolkningen at blive på 6,3 mio. mennesker. Der forventes en vækst i befolkningen frem til 2040, hvor befolkningen er nået op på 5,8 mio. mennesker. I perioden fra 2040 til 2060 er der kun svag vækst i befolkningens størrelse, mens befolkningsvæksten efter 2060 igen tager til, jf. Figur 37.

Befolkningsvæksten er på omkring 15.000 personer om året i de første år af fremskrivningen, men falder efter år 2010 til omkring 12.000 personer. Dette niveau fastholdes frem til omkring 2030, hvorefter væksten falder til under 10.000 personer om året, hvor den forbliver indtil efter år 2065, hvor befolkningsvæksten igen bliver større end 10.000 personer om året, jf. Tabel 5.

Nettoindvandringen ligger på stort set fast på omkring 6.000 personer om året i hele fremskrivningsperioden, mens fødselsoverskuddet (fødsler – døde) udgør den resterende befolkningsændringen, hvilket betyder at det svinger mellem 8.000 og -2.000 personer om året. Antallet af fødsler svinger mellem 60.000 og 65.000 om året i fremskrivningsperioden og udsvingene er betydeligt mindre end i det seneste århundrede. Antallet af

døde pr. år er ligeledes ganske stabilt og ligger i fremskrivningsperioden typisk mellem 55.000 og 60.000 personer.

**Tabel 5. Befolkningsregnskab**

	Befolkning, primo	Født	Døde	Fødsels- overskud	Netto- indvandring	Befolknings- tilvækst
1980	5 122 065	55 559	55 936	-377	617	240
1981	5 123 989	52 411	55 946	-3 535	-1 398	-4 933
1982	5 119 155	52 047	54 937	-2 890	257	-2 633
1983	5 116 464	50 286	56 745	-6 459	2 098	-4 361
1984	5 112 130	51 229	56 692	-5 463	4 329	-1 134
1985	5 111 108	53 040	57 935	-4 895	9 740	4 845
1986	5 116 273	54 688	57 641	-2 953	11 331	8 378
1987	5 124 794	55 562	57 669	-2 107	6 468	4 361
1988	5 129 254	58 181	58 526	-345	850	505
1989	5 129 778	60 641	58 910	1 731	3 797	5 528
1990	5 135 409	62 788	60 311	2 477	8 545	11 022
1991	5 146 469	63 748	59 120	4 628	11 130	15 758
1992	5 162 126	67 125	60 373	6 752	11 708	18 460
1993	5 180 614	66 821	62 393	4 428	11 404	15 832
1994	5 196 642	69 118	60 698	8 420	10 593	19 013
1995	5 215 718	69 245	62 729	6 516	28 696	35 212
1996	5 251 027	67 096	60 648	6 448	17 452	23 900
1997	5 275 121	66 946	59 517	7 429	12 080	19 509
1998	5 294 860	65 527	58 123	7 404	11 540	18 944
1999	5 313 577	65 624	58 857	6 767	9 467	16 234
2000	5 330 020	66 415	57 624	8 791	10 123	18 914
2001	5 349 212	64 681	57 992	6 689	12 444	19 133
2002	5 368 354	63 410	58 267	5 143	9 786	14 929
2003	5 383 507	63 921	57 273	6 648	7 027	13 675
2004	5 397 640	63 806	55 482	8 324	5 518	13 842
2005	5 411 405	63 504	54 656	8 848	7 213	16 061
<b>2006</b>	<b>5 427 459</b>	<b>64 227</b>	<b>55 186</b>	<b>9 041</b>	<b>10 584</b>	<b>19 625</b>
2007	5 446 728	63 951	55 334	8 617	6 256	14 873
2008	5 462 136	63 469	55 295	8 174	6 047	14 222
2009	5 476 358	62 873	55 195	7 679	6 035	13 714
2010	5 490 071	62 277	55 180	7 097	6 014	13 111
2011	5 503 182	61 726	55 161	6 564	5 989	12 554
2012	5 515 735	61 307	55 210	6 097	5 941	12 038
2013	5 527 773	61 043	55 282	5 760	5 916	11 676
2014	5 539 449	60 950	55 401	5 548	5 893	11 441
2015	5 550 889	61 032	55 564	5 468	5 877	11 346
2016	5 562 234	61 263	55 766	5 497	5 847	11 344
2017	5 573 578	61 631	56 008	5 623	5 799	11 422
2018	5 585 000	62 135	56 292	5 843	5 771	11 614
2019	5 596 613	62 762	56 620	6 142	5 719	11 860
2020	5 608 472	63 452	56 993	6 459	5 721	12 180
2025	5 671 540	66 313	59 458	6 855	5 724	12 578
2030	5 729 386	66 166	62 465	3 701	5 887	9 588
2040	5 793 534	63 660	66 211	-2 551	6 054	3 503
2050	5 824 681	64 440	66 552	-2 112	6 049	3 937
2060	5 882 064	66 840	64 813	2 027	6 005	8 032
2070	5 979 145	65 501	60 061	5 440	6 019	11 459
2080	6 096 810	65 998	60 566	5 432	5 980	11 412
2090	6 203 280	67 805	63 553	4 251	5 928	10 179
2100	6 305 745	67 280	62 768	4 512	5 922	10 434

Note: Historiske oplysninger kan ikke afstemmes eksakt grundet afgrænsningsvanskeligheder ved oprindelser.

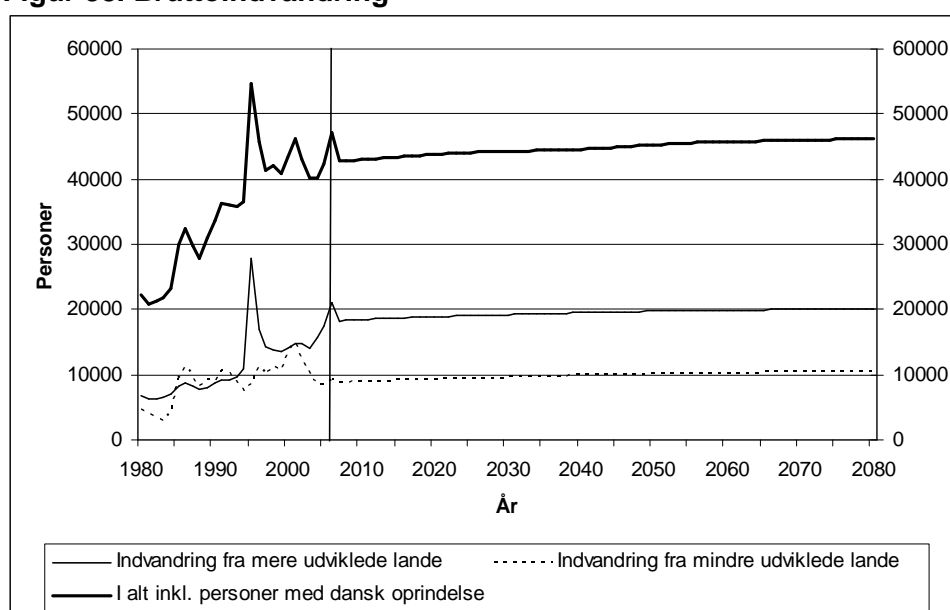
## 7.2 Indvandring og udvandring

Den samlede bruttoindvandring til Danmark var 47.000 personer i 2006. En meget betydelig del af disse personer var personer, som genindvandrede til Danmark efter mere end et år ophold i udlandet. Betragtes alene indvandringen af personer med oprindelse fra enten mere



eller mindre udviklede lande var den i 2006 på 30.000 personer. I befolkningsfremskrivningen antages bruttoindvandringen på kort sigt at falde således at den i 2007 er 27.000 personer, hvorefter den er svagt stigende. Indvandringen fra disse lande forventes igen at ligge på ca. 30.000 personer i 2055. Indvandringen fra mere udviklede lande er omtrent dobbelt så stor som indvandringen fra mindre udviklede lande.

**Figur 38. Bruttoindvandring**

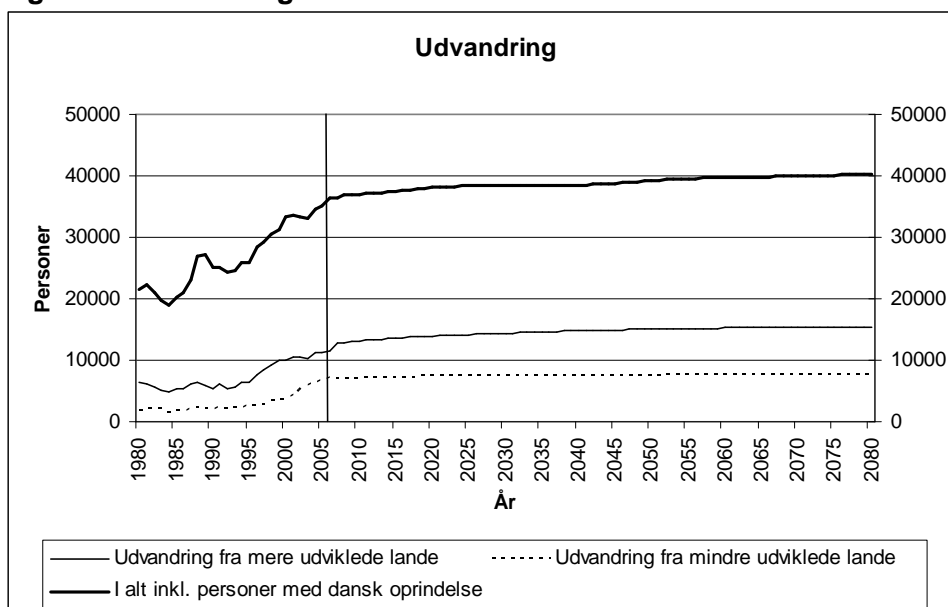


Udvandringen fra Danmark ligger på omkring 36.000 personer i år 2006. Heraf var ca. 11.000 genudvandring af personer fra mere udviklede lande, mens ca. 7.000 var genudvandring af personer fra mindre udviklede lande. Det er således ca. halvdelen af den samlede udvandring, der består af personer af dansk oprindelse.

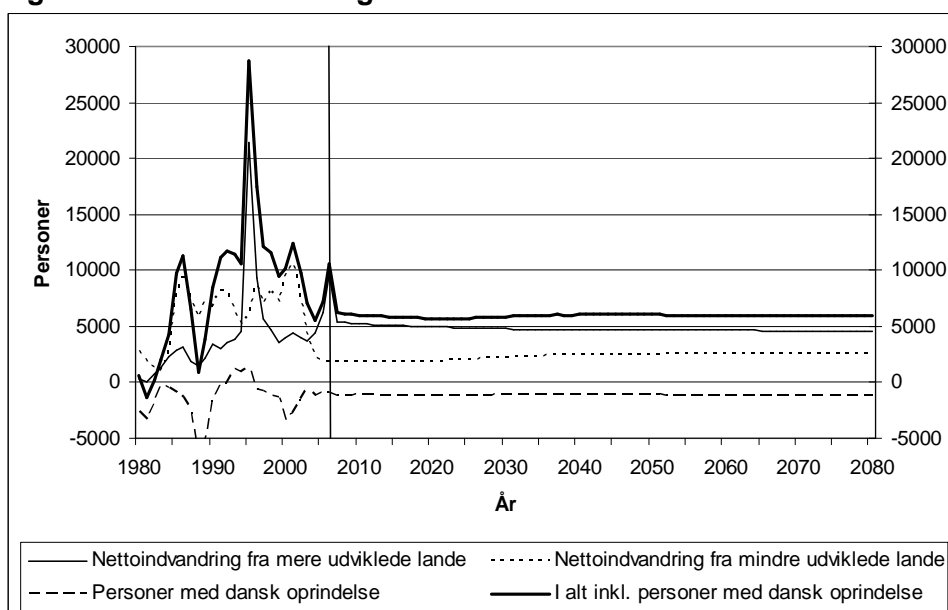
I fremskrivningen vokser udvandringen gradvist og når 40.500 personer i 2080. Denne stigning skyldes først og fremmest en stigning i udvandringen af personer fra mere udviklede lande, jf. Figur 39.

Stigningen i både ind- og udvandring fører til, at den samlede nettoindvandring er forholdsvis konstant i fremskrivningsperioden. Ses alene på nettoindvandringen af personer med oprindelse fra mere og mindre udviklede lande under ét er denne svagt aftagende. I 2006 var nettoindvandringen af personer med disse oprindelser på ca. 12.000 personer (sammensat af 9.000 fra mere udviklede lande og 2.000 fra mindre udviklede lande). I år 2040 er nettoindvandringen med personer med disse oprindelser reduceret til 7.000 personer (sammensat af 4.500 fra mere udviklede lande og 2.500 fra mindre udviklede lande). Dette niveau – og denne fordeling – fastholdes herefter.

Figur 39. Udvandring



Figur 40. Nettoindvandring



Nettoindvandringen af personer af dansk oprindelse antages ligeledes at være konstant i fremskrivningsperioden på ca. -1.000 personer – der er således set bort fra at øget globalisering kan forøge tendens til udvandring. Den samlede nettoindvandring er derfor stort set konstant 6.000 personer gennem hele fremskrivningsperioden, jf. Figur 40.

### 7.3 Befolkningsgrupperne

I 2006 boede der i alt 463.000 indvandrere og efterkommere i Danmark. Med den begrænsede nettoindvandring på ca. 6.000 personer og den relativt lave fertilitet der antages for disse grupper i fremskrivningen vil

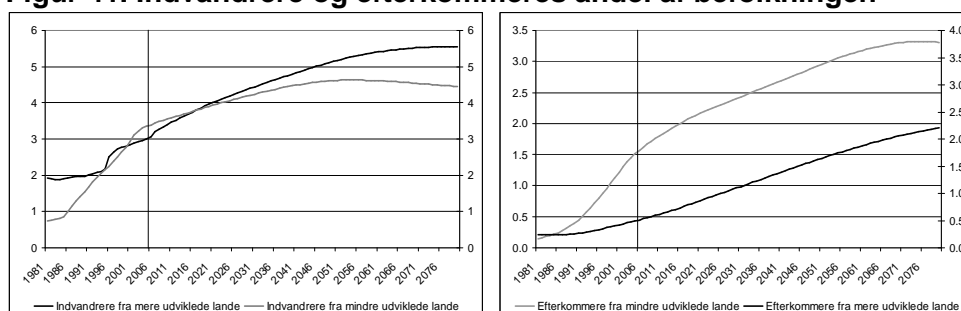
antallet stige til 770.000 i 2040. I år 2100 vil antallet af herboende indvandrere og efterkommere være vokset til knap 1,0 mio. mennesker.

I 2006 boede der 4,96 mio. personer af dansk oprindelse i Danmark. Dette tal er kun meget langsomt stigende gennem det næste århundrede. I 2020 nås over 5,0 mio. af dansk oprindelse, mens tallet i 2050 er nede på 4,99 mio. Imod slutningen af århundredet indebærer fremskrivningen en vis vækst i antallet af personer af dansk oprindelse, således at der er godt og vel 5,3 mio. af denne oprindelse i år 2100.

Målt som andel af den samlede befolkning udgjorde herboende indvandrere og efterkommere i 2006 i alt 8,5 pct. Denne andel vokser gradvist frem til 2080, hvor andelen stabiliseres omkring 15,5 pct., hvis den nuværende nettoindvandring fastholdes i fremtiden. Væksten i indvandrere og efterkommeres andel af befolkningen er aftagende over tid således, at andelen i 2020 er vokset til 10,8 pct. og i 2040 til 13,3 pct.

Betragtes alene indvandrere og efterkommere fra mindre udviklede lande udgjorde disse befolkningsgrupper 4,9 pct. af befolkningen i 2006. Disse befolkningsgruppers andel af den samlede befolkning er voksende frem til omkring 2070, hvor de til sammen udgør omkring 8,4 pct. af befolkningen. Herefter er andelen svag aftagende. Mens andelen af både indvandrere og efterkommere fra mere udviklede lande stiger gennem hele fremskrivningsperioden, da topper andelen af indvandrere fra mindre udviklede lande i 2055, mens andelen af efterkommere fra mindre udviklede lande topper i 2075.

**Figur 41. Indvandrere og efterkommeres andel af befolkningen**



Med antagelserne om ind- og udvandring samt fertilitet fås således at indvandreres og efterkommeres andel af befolkningen forventes at blive fordoblet i løbet af det næste århundrede, og at der fortsat vil være stort set lige mange indvandrere og efterkommere fra hver af de to landegrupper, jf. Figur 41.

**Tabel 6. Befolkningen opdelt efter oprindelse**

	Personer med dansk oprindelse	Indvandrere fra Efterkommere		Efterkommere		I alt	Brutto-indvandring	Netto-indvandring
		mindre udviklede lande	fra mindre udviklede lande	Indvandrere fra mere udviklede lande	fra mere udviklede lande			
	1000 personer							
1980	4,969	35	6	100	12	5,122	22.3	0.7
1981	4,968	38	7	99	12	5,124	20.9	-1.4
1982	4,962	39	8	97	12	5,119	21.3	0.3
1983	4,958	40	9	97	12	5,116	21.7	2.1
1984	4,952	41	10	96	12	5,112	23.2	4.3
1985	4,947	43	11	97	12	5,111	29.9	9.7
1986	4,942	51	12	99	12	5,116	32.3	11.3
1987	4,938	60	14	100	12	5,125	29.6	6.5
1988	4,933	67	16	101	13	5,129	27.9	0.9
1989	4,926	73	18	101	13	5,130	31.0	3.8
1990	4,921	80	20	101	13	5,135	33.6	8.5
1991	4,920	86	23	103	14	5,146	36.3	11.1
1992	4,923	94	26	105	14	5,162	36.2	11.7
1993	4,927	101	30	107	15	5,181	35.9	11.4
1994	4,931	107	33	110	15	5,197	36.6	10.6
1995	4,937	112	37	113	16	5,216	54.6	28.7
1996	4,942	118	42	132	17	5,251	45.8	17.5
1997	4,945	126	46	140	18	5,275	41.4	12.1
1998	4,948	133	51	144	20	5,295	42.1	11.5
1999	4,950	140	55	147	20	5,314	40.8	9.5
2000	4,952	147	60	150	21	5,330	43.4	10.1
2001	4,953	156	65	152	22	5,349	46.1	12.4
2002	4,953	167	70	155	24	5,368	43.1	9.8
2003	4,953	174	75	157	25	5,384	40.2	7.0
2004	4,956	178	78	159	26	5,398	40.2	5.5
2005	4,959	181	82	162	27	5,411	42.3	7.2
2006	4,964	183	85	167	28	5,427	47.1	10.6
2007	4,966	188	88	175	29	5,447	42.8	6.3
2008	4,971	190	91	179	30	5,462	42.9	6.0
2009	4,976	193	94	183	31	5,476	42.9	6.0
2010	4,979	195	97	187	32	5,490	43.0	6.0
2011	4,982	197	99	190	34	5,503	43.0	6.0
2012	4,985	200	102	194	35	5,516	43.1	5.9
2013	4,987	202	104	198	36	5,528	43.2	5.9
2014	4,989	204	107	201	38	5,539	43.3	5.9
2015	4,991	207	109	205	39	5,551	43.4	5.9
2016	4,993	209	111	208	41	5,562	43.5	5.8
2017	4,994	212	113	212	42	5,574	43.6	5.8
2018	4,996	214	116	215	44	5,585	43.7	5.8
2019	4,998	216	118	219	45	5,597	43.7	5.7
2020	5,001	219	120	222	47	5,608	43.8	5.7
2025	5,019	230	129	238	55	5,672	44.1	5.7
2030	5,035	241	138	252	63	5,729	44.3	5.9
2040	5,024	259	154	278	79	5,794	44.6	6.1
2050	4,991	269	171	299	94	5,825	45.3	6.0
2060	4,998	271	186	317	109	5,882	45.7	6.0
2070	5,057	271	197	330	123	5,979	46.0	6.0
2080	5,150	272	202	338	135	6,097	46.3	6.0
2090	5,245	273	198	343	143	6,203	46.5	5.9
2100	5,341	276	192	348	149	6,306	46.6	5.9

## 7.4 Aldersfordeling

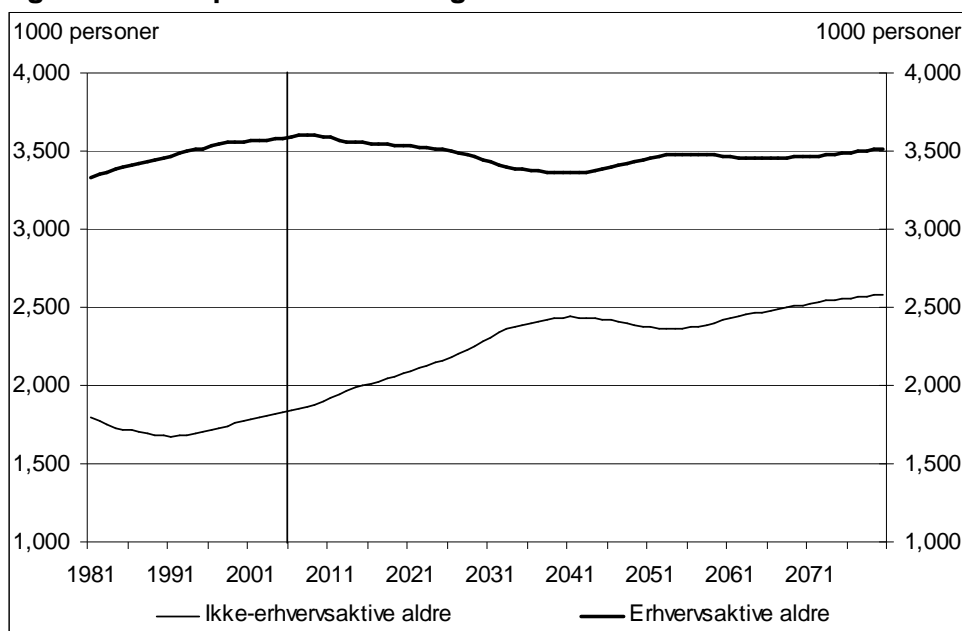
Gennem de sidste hundrede år er der hele tiden blevet flere personer i den erhvervsaktive alder, som vi her definerer som personer mellem 15 og 64 år.<sup>21</sup> Ved indgangen til 1900-tallet var der således knap 1½ mio. personer i den erhvervsaktive alder, mens der i 2000 var godt 3½ mio. personer. Dermed er der i dag over dobbelt så mange forsørgere som for hundrede år siden.

<sup>21</sup> Anvendelsen af en fast aldersgrænse for den erhvervsaktive alder er næppe rimelig over så lang en periode, hvor middellevetiden (jf. nedenfor) er vokset betydeligt. Tallene skal derfor kun tages som en indikator for udviklingen.

Der forventes en mindre gunstig udvikling i antallet af forsørgere i de kommende årtier, idet antallet af personer i den erhvervsaktive alder forventes at falde fra 2008. Fra et højdepunkt omkring 3,6 mio. personer i den erhvervsaktive alder i dette år, forventes antallet at falde støt til ca. 3,3 mio. personer i 2040. Der forventes altså en reduktion i antallet af personer i den erhvervsaktive alder på ca. 300.000 på en periode på omkring 30 år. I det omfang den erhvervsaktive alder udvides i perioden – bl.a. fordi levetiden stiger – kan faldet i antal personer i den erhvervsaktive alder blive mindre.

I perioden efter 2040 er antallet af personer i den erhvervsaktive alder stigende og når i 2080 op på mere end 3,5 mio. personer. Denne stigning er dog kun netop stor nok til at fastholde de 15-64-åriges andel af befolkningen på 58 pct. Til sammenligning udgør de 15-64-årige i 2006 66 pct. af befolkningen.

**Figur 42. Antal personer hhv. i og uden for den erhvervsaktive alder**



Samtidig er der i løbet af det seneste århundrede sket en stigning i antallet af børn og ældre, dvs. personer uden for den erhvervsaktive alder. Omkring 1900 var der således omkring 1 mio. børn og ældre, hvilket er steget til ca. 1,8 mio. i 2006. Der er altså blevet flere personer i de aldersgrupper, som typisk skal forsørges. Denne udvikling ventes at fortsætte i de kommende år, så der er godt 2,4 mio. børn og ældre i 2040. Herefter forventes et midlertidigt fald i antallet af personer i disse aldersgrupper, men allerede omkring 2050-55 stiger antallet af personer igen. I år 2080 er antallet af børn og ældre – dvs. antallet af personer uden for den erhvervsaktive alder – vokset til næsten 2,6 mio. personer, jf. Figur 43.

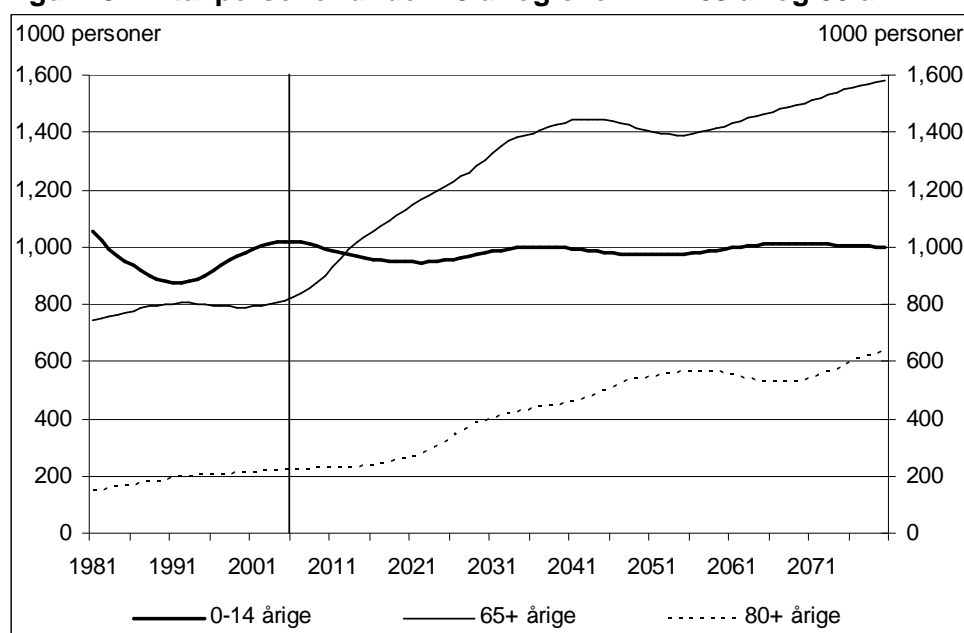
Hovedårsagen til, at antallet af personer uden for den erhvervsaktive alder er steget, er, at der er blevet langt flere ældre, mens antallet af børn – med

undtagelse af en kort periode fra 1940 – ikke er steget. Således er antallet af personer over 64 år steget fra knap 200.000 i 1900 til ca. 820.000 i dag. Denne udvikling ventes at fortsætte i de kommende år, således at antallet af ældre topper omkring 2043 med 1,45 mio. personer. Det vil sige, at der om knap 40 år skønnes at være ca. 600.000 flere ældre end i dag. I perioden fra 2045 til 2055 falder antallet af ældre lidt, hvorefter det igen er stigende. I år 2080 er antallet af ældre på over 64 år vokset til 1,58 mio. personer.

Udviklingen betyder, at mens personer over 64 år i 2006 udgør 15,2 pct. af befolkningen, vil andelen vokse til 24,9 pct. i 2043, hvor den topper midlertidigt. I 2080 udgør personer over 64 år 26,0 pct. af befolkningen.

Antallet af børn under 15 år ventes at være nogenlunde uændret i fremskrivningsperioden. Frem mod 2020 falder antallet fra omkring 1,0 mio. i dag til 950.000, men herefter vil der være en gradvis stigning tilbage mod lidt over 1,0 mio. personer igennem århundredet, jf. Figur 43.

**Figur 43. Antal personer under 15 år og over hhv. 65 år og 80 år**

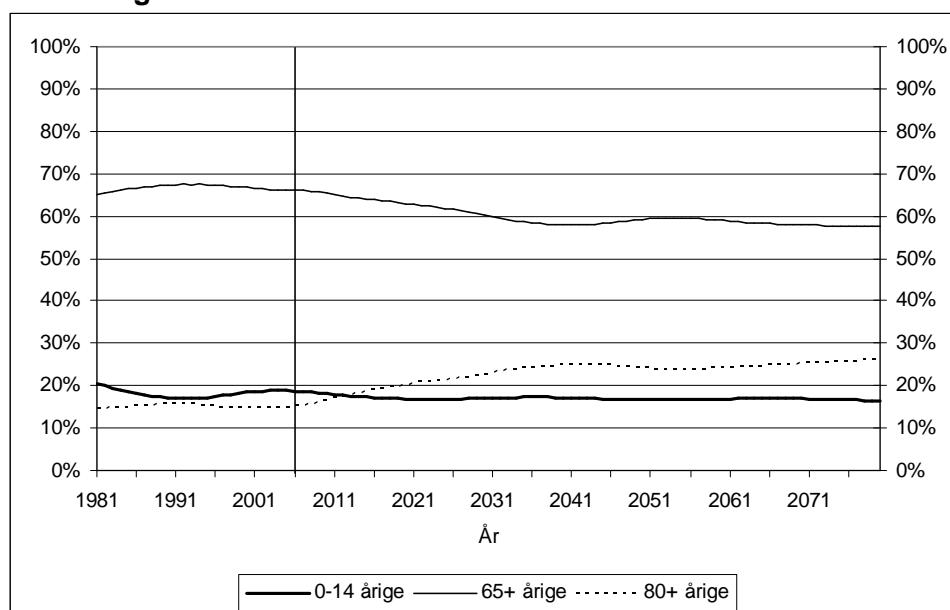


Der forventes en relativt større stigning i antallet af ældste ældre end i ældregruppen som helhed. Således skønnes antallet af personer på 80 år og derover, at blive fordoblet fra omkring 220.000 til 450.000 personer i løbet af de kommende 30 år. Væksten i antallet af personer på 80 år og derover fortsætter med at vokse og udgør i 2080 638.000 personer, jf. Figur 43. Denne stigning er relevant, fordi de offentlige serviceudgifter pr. person er større for denne gruppe end for andre aldersgrupper.

I forhold til den fremtidige finansiering af velfærdssamfundet er udviklingen i forholdet mellem de forskellige aldersgrupper i befolkningen af afgørende betydning. Størrelsesforholdet mellem forskellige aldersgrupper i befolkningen måles ofte ved udviklingen i den demografiske

forsørgerkvote, der sætter antallet af børn og ældre i forhold til antallet af personer i den erhvervsaktive alder. Målet kan betragtes som et groft mål for antallet af personer, som skal forsørges, delt med antallet af potentielle forsørgere. Den kraftige stigning over de sidste hundrede år i antallet af personer i den erhvervsaktive alder har betydet et fald i den demografiske forsørgerkvote.

**Figur 44. Befolkningen fordelt efter alder i pct. af den samlede befolkning**



*Den demografiske forsørgerkvote* defineres som summen af antallet af personer i alderen 0-14 år og antallet af personer, der er 65 år eller derover, divideret med antallet af personer i alderen 15-64 år.

Målt ved dette begreb skulle 3 erhvervsaktive for hundrede år siden forsørge lidt mindre end 2 personer, mens 2 personer i dag kun skal forsørge 1 person uden for den erhvervsaktive alder. Fremover forventes der at blive færre i den erhvervsaktive alder og flere uden for den erhvervsaktive alder. Det betyder, at der omkring 2040 forventes at være 4 erhvervsaktive til at forsørge lidt mindre end 3 personer, der ikke er i den erhvervsaktive alder. Fra 2040 ligger dette tal nogenlunde fast frem til 2080.

Sammensætningen af personerne uden for den erhvervsaktive alder er dog markant anderledes end ved det 20. århundredes begyndelse.

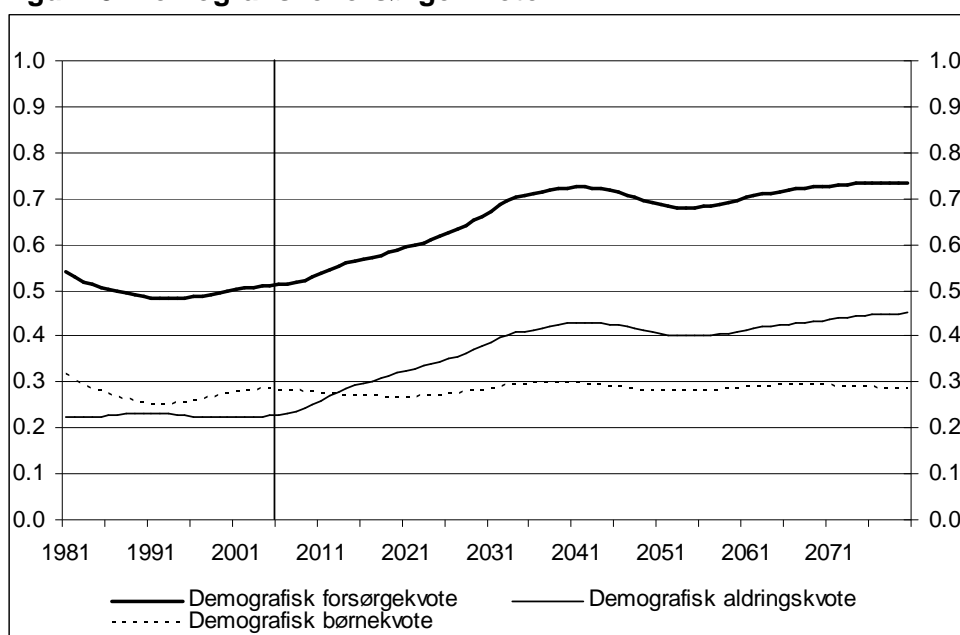
Dette ses ved at opdele den demografiske forsørgerkvote i henholdsvis en demografisk børnekvote og en demografisk ældrekvote.

*Den demografiske børnekvote* er defineret som antallet af personer i alderen 0 – 14 år divideret med antallet af personer i alderen 15 – 64 år.

*Den demografiske ældrekvote* er defineret som antallet af personer på 65 år og derover divideret med antallet af personer i alderen 15 – 64 år.

I løbet af det 20. århundrede har antallet af børn ligget nogenlunde konstant, mens der er blevet flere i den erhvervsaktive alder. Således var der i 1900 omkring 0,57 barn pr. forsørger, hvilket i dag er faldet til godt og vel det halve. I fremskrivningen fastholdes dette niveau, således at børnekvoten stabiliseres omkring 0,28 pr. person i den erhvervsaktive alder, jf. Figur 45.

**Figur 45. Demografiske forsørgerkvoter**



Omvendt er antallet af ældre gennem det 20. århundrede vokset betydeligt mere end antallet af personer i den erhvervsaktive alder. I begyndelsen af århundredet var der 0,1 ældre pr. person i alderen fra 15 – 64 år. I 2006 er der mere end dobbelt så mange ældre pr. erhvervsaktiv, nemlig 0,23. Frem til 2042 forventes den demografiske ældrekvote stort set at blive fordoblet i forhold til 2006, idet den forventes at nå et niveau på 0,43. Efter et midlertidigt fald i ældrekvoten stiger denne igen i århundredets sidste halvdel og nærmer sig 0,5 ved udgangen af århundredet.

Ændringen i sammensætningen af den demografiske forsørgerkvote – fra hovedsageligt at dække over forsørgelse af børn i starten af det 20. århundrede til i dag at repræsentere en stor set lige fordeling af børn og ældre og i fremtiden til hovedsageligt at være en forsørgelse af ældre – har betydning for de offentlige finanser. Det skyldes, at de offentlige udgifter til en person på 65 år eller derover – med den nuværende udgiftssammensætning – er væsentlig højere end udgifterne til et barn.

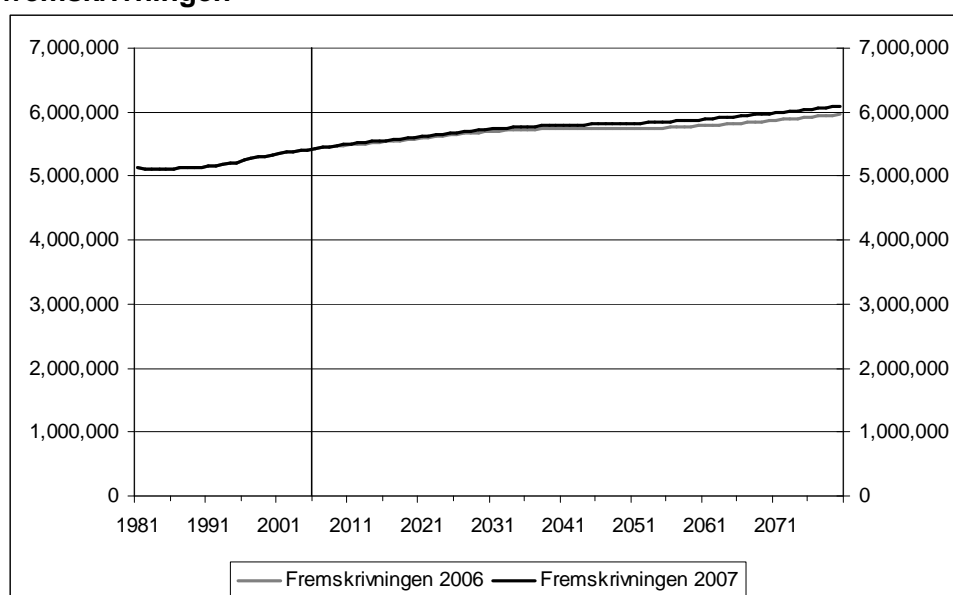


## 8. Sammenligning med fremskrivning fra 2006

### 8.1 Udviklingen i den samlede befolkning

Dette års fremskrivning betyder, at den tendens til voksende befolkning, som har været gældende gennem det 20. århundrede forsættes i det 21. århundrede. Dette dog med en væsentligt reduceret vækstrate i forhold til den historiske. Den positive befolkningsvækst er stegt en smule i forhold til fremskrivningen fra 2006, jf. Figur 46.

**Figur 46. Udviklingen i samlet befolkning i hhv. 2006- og 2007-fremskrivningen**

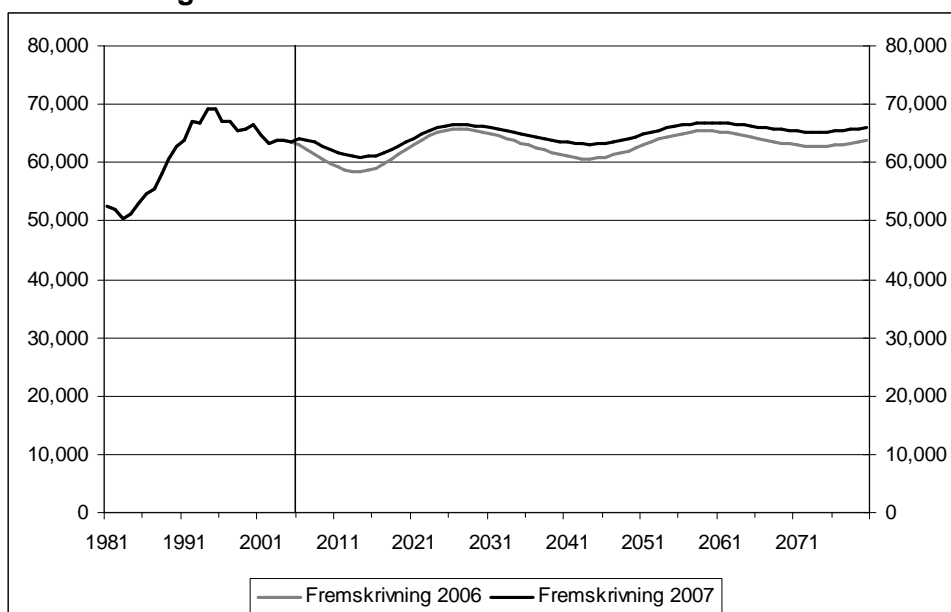


Denne stigning i befolkningen er først og fremmest en konsekvens af at den samlede fertilitet på kort sigt antages at vokse mere i denne fremskrivning end i 2006-fremskrivningen. Som anført tidligere skyldes dette, at tilføjelsen af et nyt dataår har medført højere vækst i fertiliteten på kort sigt. På lang sigt er fertiliteten dog stort set identisk med 2006-fremskrivningen, hvorfor det samlede antal fødte stiger på kort sigt for derefter at følge udviklingen fra sidste års fremskrivning parallelt, jf. Figur 47. Det ses at forskellen i antal fødte i 2008 er omkring 2000 nyfødte og at denne forskel resten af fremskrivningen svinger mellem 1000 og 2000 nyfødte.

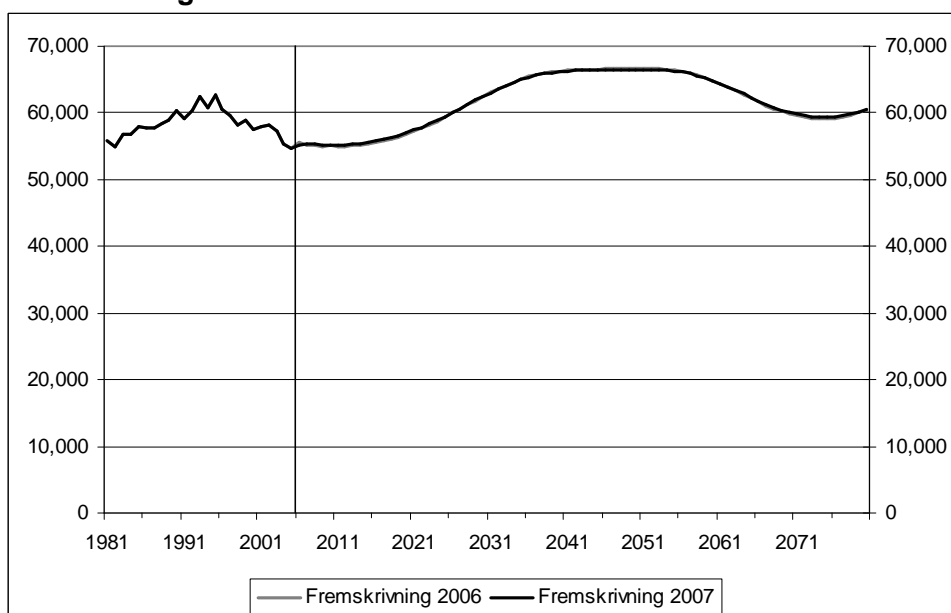
Denne forskel i udviklingen i antallet af fødte forklarer stort set hele forskellen mellem 2006- og 2007-fremskrivningen på ca. 140.000 personer i den samlede befolkning i år 2080.

Det ses at der næsten ingen forskel er i antallet af døde, og den forskel der opstår mod slutningen i fremskrivningen skyldes udelukkende, at der som følge af højere fertilitet i starten af fremskrivningen begynder at komme flere individer i aldre med høj dødelighed, jf. Figur 48.

**Figur 47. Udviklingen i antal fødte i hhv. 2006- og 2007-fremskrivningen**

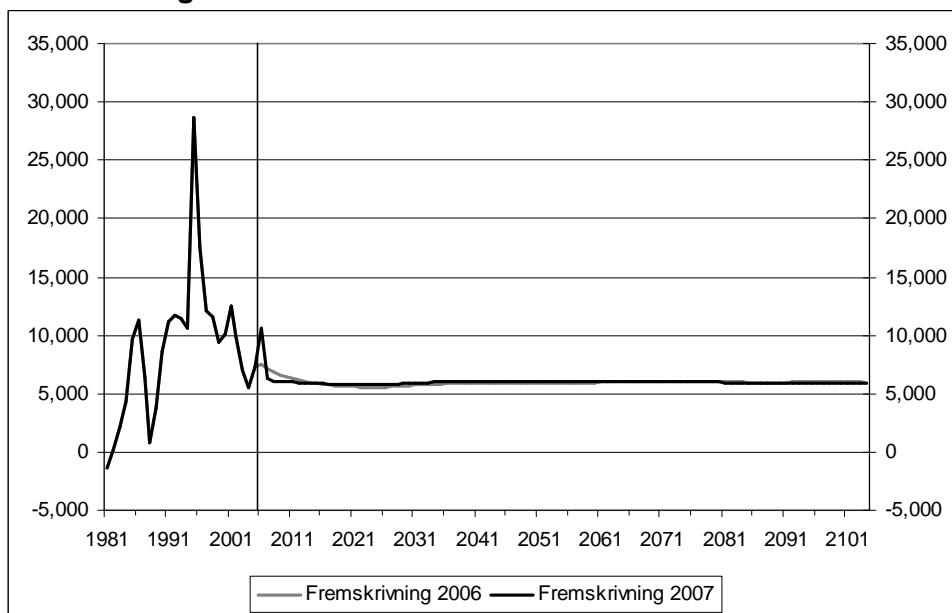


**Figur 48. Udviklingen i antal døde i hhv. 2006- og 2007-fremskrivningen**

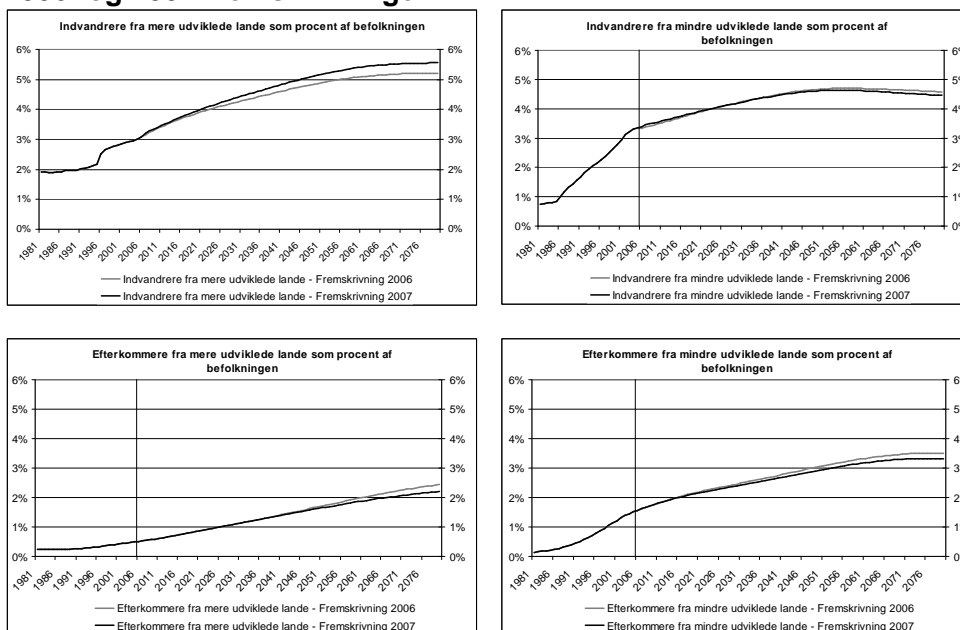


Bruttoindvandring er vokset med ca. 1000 personer i starten af perioden og 300 personer mod slutningen af fremskrivningen. Dette modsvarer dog af højere udvandring, således at den samlede nettoindvandring er stort set uforandret på ca. 6000 personer om året, jf. Figur 49.

**Figur 49. Udviklingen i antal nettoindvandrere i hhv. 2006- og 2007-fremskrivningen**



**Figur 50. Indvandrere og efterkommeres andel af befolkningen i hhv. 2006- og 2007-fremskrivningen**



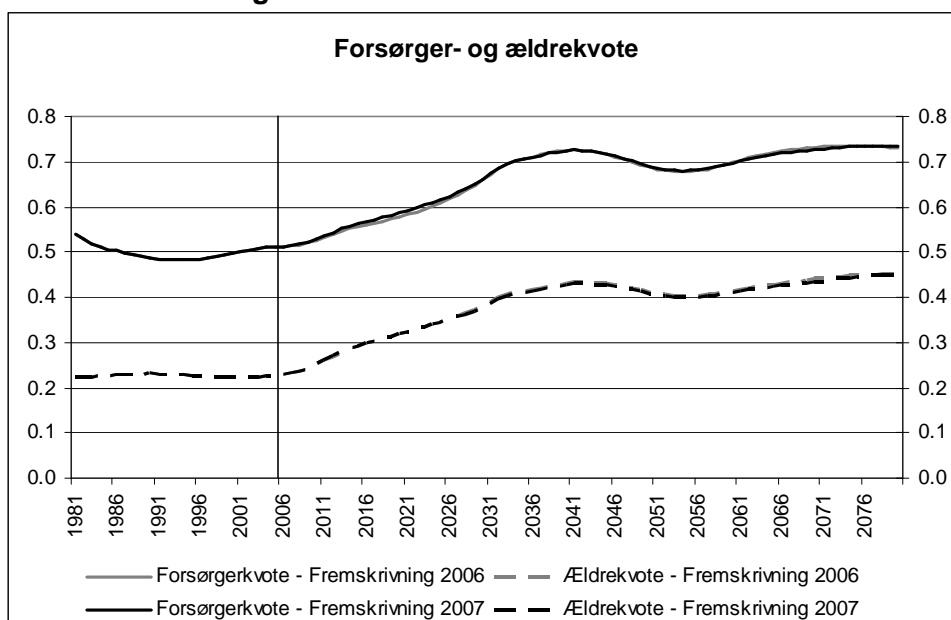
Da nettoindvandring og fertiliteten for indvandrere og efterkommere er stort set uforandret, vil den samlede andel af indvandrere og efterkommere ligeledes være stort set uforandret. Fordelingen mellem indvandrere fra mere og mindre udviklede lande er dog ændret, således at nettoindvandringen fra mere udviklede lande er steget, mens nettoindvandringen fra mindre udviklede lande er faldet. Dette betyder at andelen af indvandrere og efterkommere fra mere udviklede lande er steget, mens andelen af indvandrere og efterkommere fra mindre udviklede lande er faldet i forhold til 2006-fremskrivningen, jf. Figur 50.

Udviklingen i andelen af efterkommere fra både mere og mindre udviklede lande falder en smule, hvilket skyldes at sandsynligheden for at mødre med indvandrerbaggrund får børn med danskere eller efterkommere med dansk statsborgerskab er steget.

## 8.2 Udvikling i forsørger- og ældrekvote

Både forsørger- og ældrekvoten er stort set uforandret i forhold til 2006-fremskrivningen. Eneste nævneværdige ændringer er, at forsørgerkvoten på kort sigt stiger en anelse. Dette skyldes udelukkende den kortsigtede stigning i fertilitet, hvilket ikke har nogen langsigtet effekt på hverken forsørger- eller ældrekvoten, jf. Figur 51.

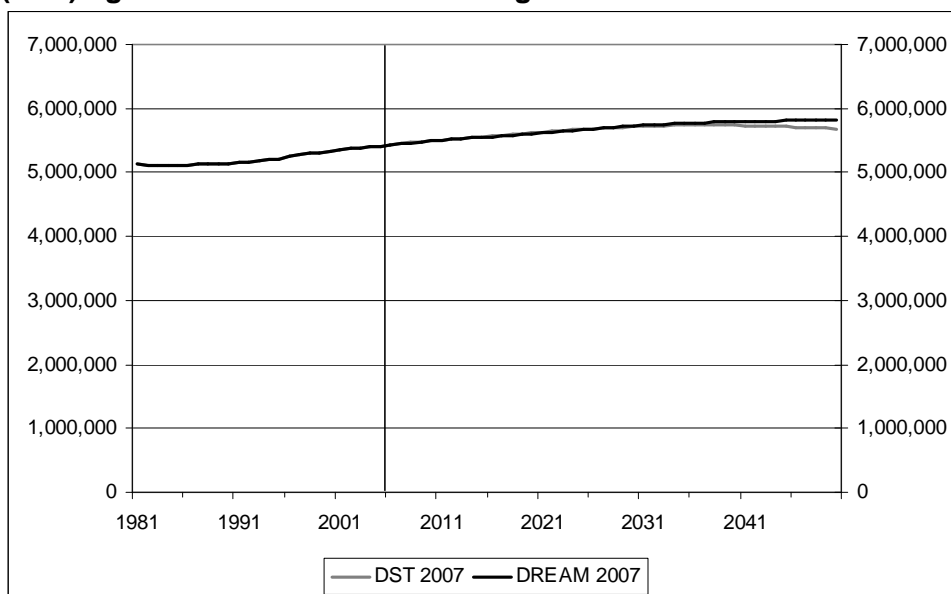
**Figur 51. Udviklingen i forsørger- og ældrekvoten i hhv. 2006- og 2007-fremskrivningen**



## 9 Sammenligning med Danmarks Statistiks befolkningsfremskrivning 2007

Befolkningsprognoserne fra DREAM og Danmarks Statistik følger hinanden meget tæt frem mod 2040, jf. Figur 52. Fra 2040 ses et svagt fald i den samlede befolkning i Danmarks Statistiks befolkningsprognose, mens DREAMs befolkningsprognose fortsat viser en svag stigning i den samlede befolkning.

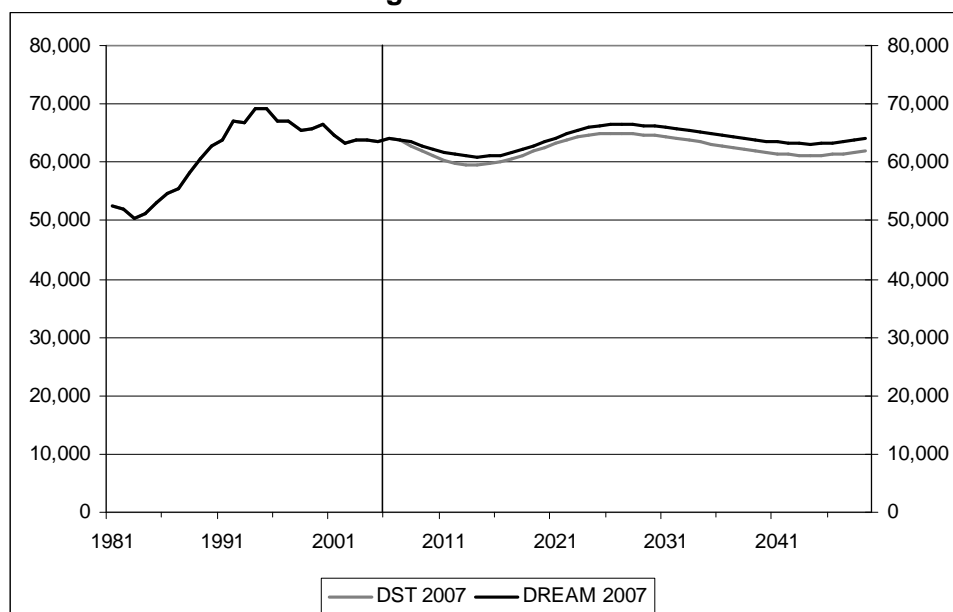
**Figur 52. Udviklingen i samlet befolkning i hhv. Danmarks Statistiks (DST) og DREAMs 2007-fremskrivning**



Sammenlignes de underlæggende parametre, ses mindre forskelle mellem DREAM og Danmarks Statistik. DREAM forventer et større antal fødte end Danmarks Statistik for hele perioden og fra omkring 2010 forventer DREAM ligeledes en større nettoindvandring. Dette modsvarer af, at DREAM forventer et højere antal døde frem til omkring 2040, hvor antallet af døde forventes at stagnere. Dette er medvirkende til, at DREAM i modsætning til Danmarks Statistik ikke forventer et fald i den samlede befolkning efter 2040.

Sammenlignes antallet af fødte ligger DREAMs prognose generelt højere end Danmarks Statistiks prognose, jf. Figur 53. Dette skyldes primært udviklingen i fertiliteten. DREAM forventer i højere grad end Danmarks Statistik en fortsættelse af den nuværende trend, hvor fertiliteten for personer af dansk oprindelse er voksende, mens der for de to største grupper af indvandrere (uden dansk statsborgerskab) er der tale om en faldende tendens, jf. kapitel 5.

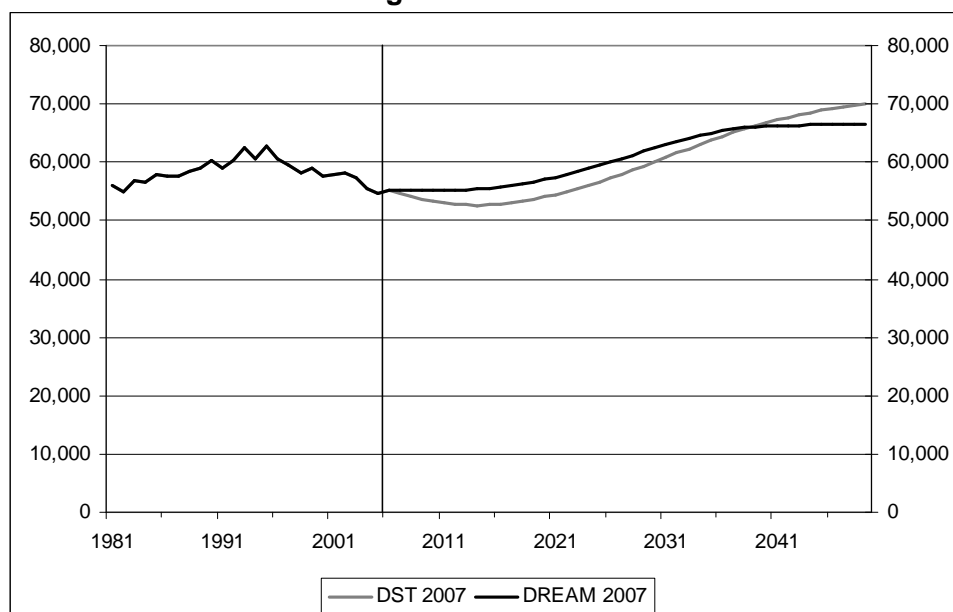
**Figur 53. Udviklingen i antal fødte i hhv. Danmarks Statistiks (DST) og DREAMs 2007-fremskrivning**



For kvinder af dansk oprindelse forventer DREAM, at fertiliteten vil stige fra 1,85 i 2006 til 1,92 i 2050 mens Danmarks Statistik forventer en stigning til 1,90 i 2030, hvorefter den er fast. For indvandrerkvinder uden dansk statsborgerskab fra mindre udviklede lande forventer DREAM et fald fra 2,31 til 1,91 i 2050. For indvandrerkvinder fra ikke-vestlige lande forventer Danmarks Statistik et fald fra 2,30 til 1,90 i 2030, hvorefter den er fast.

Sammenlignes antallet af døde ligger DREAMs prognose højere end Danmarks Statistiks prognose frem til omkring 2040, jf. Figur 54. Generelt forventer DREAM en større stigning i middellevetiden end Danmarks Statistik. I 2050 forventer DREAM en middellevetid på 86,7 og 83,8 år for henholdsvis kvinder og mænd, mens Danmarks Statistiks skøn er 86 og 83 år for henholdsvis kvinder og mænd i 2050.

**Figur 54. Udviklingen i antal døde i hhv. Danmarks Statistiks (DST) og DREAMs 2007-fremskrivning**

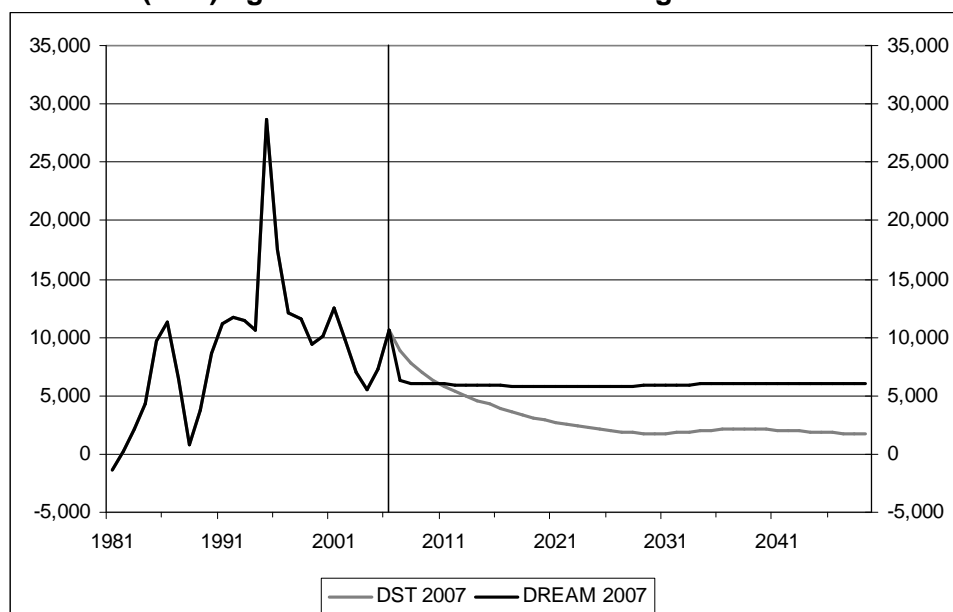


DREAM forventer omtrent en konstant stigningstakt i middellevetiden i hele perioden, jf. kapitel 4. Danmarks Statistik forventer en højere stigningstakt for middellevetiden i starten af perioden, som modsvares af en lavere stigningstakt i slutningen af perioden frem mod 2050.

Den højere stigningstakt i starten af perioden hos Danmarks Statistik medfører et lavere antal døde i forhold til DREAM. Omvendt ses et højere antal døde i slutningen af perioden hos Danmarks Statistik, hvor stigningstakten i middellevetiden er lavere end hos DREAM.

Sammenlignes nettoindvandringen ligger DREAMs prognose højere end Danmarks Statistiks prognose fra omkring 2012, jf. Figur 55. DREAM forventer en konstant nettoindvandring på omkring 5.700 - 6.000 personer i hele perioden, mens Danmarks Statistik forventer at nettoindvandringen konvergerer mod et niveau på omkring 1.700 - 2.100 personer.

**Figur 55. Udviklingen i antal nettoindvandrere i hhv. Danmarks Statistiks (DST) og DREAMs 2007-fremskrivning**



Forskellene i nettoindvandringen mellem Danmarks Statistik og DREAM skyldes primært forskellige antagelser om udvandring. DREAM forventer en fast udvandringskvotient for alle befolkningsgrupper i forhold til perioden 2004 til 2006. Danmarks Statistik forudsætter en jævn stigning på 0,5 pct. årligt i udvandringshyppighederne for alle grupperne indtil 2030.

Danmarks Statistik antager en svag stigning i indvandringen af personer med dansk oprindelse og efterkommere fra godt 22.000 til 25.000 personer i 2030, mens DREAM modellerer genindvandring som en konstant andel af den pågældende befolkningsgruppe i forhold til andelen i 2004 til 2006.

Både Danmarks Statistik og DREAM antager en konstant indvandring af udenlandske statsborgere.



## Referencer

- Andersen, T. M. & L. H. Pedersen (2005): Demografi, velstanddilemma og makroøkonomiske strategier, *Nationaløkonomisk Tidsskrift* vol. 143, no. 2, 189-229
- Bell, W. R. (1997): Comparing and Assessing Time Series Methods for Forecasting Age-Specific Fertility and Mortality Rates, *Journal of Official Statistics* vol. 13 no. 3 279-303
- Carter, L & R. Lee (1992): Modeling and forecasting US sex differentials in mortality, *International Journal of Forecasting* vol. 8, 393-411
- De Jong, P. & L. Tickle (2005): Extending Lee-Carter Mortality Forecasting, Working Paper Institute of Actuaries of Australia
- Giroi, F. & G. King (2005): A Reassessment of the Lee-Carter Mortality Forecasting Method, Working paper Harvard University
- Gompertz, B. (1825): On the Nature of the Function Expressive of the Law of Human Mortality, and on a New Mode of Determining the Value of Life Contingencies. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol. 115 (1825), 513-585
- Haldrup, N (2004): Estimation af middellevetider for mænd og kvinder i Danmark 2002-2100 baseret på Lee-Carter metoden. Arbejdsrapport 2004:3, Velfærdskommissionen.
- Hyndman, King & Billah (2002): "Local Linear Forecasts Using Cubic Smoothing Splines", Monash University Australia, Working Paper 10/2002
- Lee, R. (2000): The Lee-Carter Method for Forecasting Mortality, with Various Extensions and Applications, *North American Actuarial Journal*, vol. 4 no. 1, 80-93
- Lee, R., and L. Carter (1992): Modelling and Forecasting the Time Series of U.S. Mortality, *Journal of the American Statistical Association*, 87, 659-671.
- Lee, R. & T. Miller (2001): Evaluating the Performance of the Lee-Carter Method for Forecasting Mortality, *Demography* vol. 38 no.4, 537-549
- Oeppen, J. & J. W. Vaupel (2002): Broken Limits to Life Expectancy, *Science* vol. 296 May 2002
- Statistiska centralbyrån (2003): Sveriges framtida befolkning, befolkningsfraskrivning för åren 2003-2050, Demografiske rapporter 2003:4

Statistiska centralbyrån (2005): SCB's modell för befolkningsprognoser – En dokumentation, Bakgrundsmaterial om demografi, barn och familj 2005:1

Tænketanken om udfordringer for integrationsindsatsen i Danmark (2004): Udlændinge- og integrationspolitikken i Danmark og udvalgte lande, København.

United Nations (2004): World Population in 2300. UN, New York.

Velfærdskommissionen (2004a): Fremtidens velfærd kommer ikke af sig selv. Analyserapport. Velfærdskommissionen, København.

Velfærdskommissionen (2005): Fremtidens Velfærd og Globaliseringen, Analyserapport, København

Velfærdskommissionen (2006): Fremtidens Velfærd - vores valg, Analyserapport, København